

Frey, Andreas; Heinze, Aiso; Mildner, Dorothea; Hochweber, Jan; Asseburg, Regine

Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009

Klieme, Eckhard [Hrsg.]; Artelt, Cordula [Hrsg.]; Hartig, Johannes [Hrsg.]; Jude, Nina [Hrsg.]; Köller, Olaf [Hrsg.]; Prenzel, Manfred [Hrsg.]; Schneider, Wolfgang [Hrsg.]; Stanat, Petra [Hrsg.]: PISA 2009. Bilanz nach einem Jahrzehnt. Münster : Waxmann 2010, S. 153-176



Quellenangabe/ Reference:

Frey, Andreas; Heinze, Aiso; Mildner, Dorothea; Hochweber, Jan; Asseburg, Regine: Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009 - In: Klieme, Eckhard [Hrsg.]; Artelt, Cordula [Hrsg.]; Hartig, Johannes [Hrsg.]; Jude, Nina [Hrsg.]; Köller, Olaf [Hrsg.]; Prenzel, Manfred [Hrsg.]; Schneider, Wolfgang [Hrsg.]; Stanat, Petra [Hrsg.]: PISA 2009. Bilanz nach einem Jahrzehnt. Münster : Waxmann 2010, S. 153-176 - URN: urn:nbn:de:0111-opus-35344 - DOI: 10.25656/01:3534

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-opus-35344>

<https://doi.org/10.25656/01:3534>

in Kooperation mit / in cooperation with:



WAXMANN
www.waxmann.com

<http://www.waxmann.com>

Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Kontakt / Contact:

peDOCS

DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation

Informationszentrum (IZ) Bildung

E-Mail: pedocs@dipf.de

Internet: www.pedocs.de

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

Eckhard Klieme, Cordula Artelt, Johannes Hartig,
Nina Jude, Olaf Köller, Manfred Prenzel,
Wolfgang Schneider und Petra Stanat (Hrsg.)

PISA 2009

Bilanz nach einem Jahrzehnt



Waxmann 2010
Münster/New York/München/Berlin

Inhalt

Organisationsstruktur von PISA 2009 in Deutschland 9

Kapitel 1

Das *Programme for International Student Assessment* (PISA) 11

Nina Jude und Eckhard Klieme

1.1	Geschichte und Zielsetzung	11
1.2	PISA 2009 – Durchführung in Deutschland	15
1.3	Analysen von Trend und Veränderung	19
1.4	Ausblick	19
	Literatur	20

Kapitel 2

Lesekompetenz von PISA 2000 bis PISA 2009 23

Johannes Naumann, Cordula Artelt, Wolfgang Schneider und Petra Stanat

2.1	Lesekompetenz in PISA	24
2.1.1	Rahmenkonzeption und Aufbau des Lesekompetenztests	24
2.1.2	Skalierung, Kompetenzstufen und Aufgabenbeispiele	26
2.2	Lesekompetenz im internationalen Vergleich	33
2.3	Schwache Leserinnen und Leser	43
2.4	Geschlechterunterschiede	52
2.5	Bildungsgangunterschiede	55
2.6	Lesekompetenz im Trend 2000 bis 2009	59
2.7	Bilanz und Diskussion	63
	Literatur	64
	Anhang	66

Kapitel 3

Lesemotivation und Lernstrategien 73

Cordula Artelt, Johannes Naumann und Wolfgang Schneider

3.1	Einführung und Kapitelübersicht	73
3.1.1	Die Bedeutung von Lesemotivation und Lernstrategien für Lesekompetenz und kulturelle Teilhabe	74
3.1.2	Was ist Lesemotivation und wie wird sie in PISA gemessen?	75
3.1.3	Was sind Lernstrategien und wie werden sie in PISA gemessen?	78
3.2	Lesemotivation und Lesestrategien im internationalen Vergleich	83
3.2.1	Lesemotivation und Geschlechterunterschiede in der Lesemotivation im internationalen Vergleich	83
3.2.2	Nutzung von und Wissen über Lernstrategien und hierauf bezogene Geschlechterunterschiede im internationalen Vergleich	90
3.2.3	Zusammenhänge zwischen Interesse, Motivation und Strategiekennntnis	95
3.2.4	Veränderungen über die Zeit (2000–2009)	96

3.3	Zusammenhänge von Lesemotivation und Lernstrategien mit Lesekompetenz	102
3.3.1	Zusammenhänge zwischen Lesemotivation und Lernstrategien in den OECD-Staaten	103
3.3.2	Vorhersage von Lesekompetenz aus Lesemotivation, Lernstrategien, sozialem Hintergrund und Geschlecht bei Schülerinnen und Schülern in Deutschland	106
3.4	Bilanz und Diskussion	109
	Literatur	111

Kapitel 4

Schulische Rahmenbedingungen und Lerngelegenheiten im Deutschunterricht 113

Silke Hertel, Jan Hochweber, Brigitte Steinert und Eckhard Klieme

4.1	Fragestellungen und Datenbasis	113
4.2	Schulische Rahmenbedingungen und Lerngelegenheiten der Fünfzehnjährigen in PISA 2009	118
4.2.1	Ressourcenausstattung und Entscheidungsspielräume an Schulen	118
4.2.2	Leistungsbewertung und Qualitätssicherung an Schulen	121
4.2.3	Schulklima und Lehrer-Schüler-Beziehung	124
4.2.4	Maßnahmen zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund	126
4.2.5	Lernzeit und Klassengröße im Unterricht in der Landessprache	128
4.2.6	Klassenführung und kognitive Aktivierung im Unterricht in der Landessprache	130
4.3	Lernbedingungen im Deutschunterricht in der neunten Jahrgangsstufe	133
4.3.1	Didaktische und fachlich-inhaltliche Gestaltung des Deutschunterrichts	134
4.3.2	Dimensionen der Unterrichtsqualität	139
4.4	Bilanz	143
	Literatur	146
	Anhang	149

Kapitel 5

Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009 153

Andreas Frey, Aiso Heinze, Dorothea Mildner,
Jan Hochweber und Regine Asseburg

5.1	Theoretischer Hintergrund	153
5.1.1	Mathematische Kompetenz bei PISA	154
5.1.2	Kompetenzstufen	155
5.1.3	Fragestellungen	157
5.2	Testkonzeption	157
5.2.1	Aufgabentypen und Aufgabenformate	157
5.2.2	Skalierung, Kompetenzstufenbildung und Aufgabenbeispiele	158
5.3	Ergebnisse	161
5.3.1	Internationaler Vergleich	161
5.3.2	Mathematische Kompetenz in den Bildungsgängen in Deutschland	167
5.3.3	Veränderung mathematischer Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009	169
5.4	Bilanz und Diskussion	171
	Literatur	174
	Anhang	176

Kapitel 6

Naturwissenschaftliche Kompetenz von PISA 2006 bis PISA 2009 177

Silke Rönnebeck, Katrin Schöps, Manfred Prenzel,
Dorothea Mildner und Jan Hochweber

6.1	Theoretischer Hintergrund	177
6.2	Testkonzeption	179
6.2.1	Aufbau des Tests	179
6.2.2	Skalierung und psychometrische Kennwerte des Naturwissenschaftstests	180
6.3	Ergebnisse	183
6.3.1	Naturwissenschaftliche Kompetenz im internationalen Vergleich	183
6.3.2	Naturwissenschaftliche Kompetenz in den Bildungsgängen in Deutschland	189
6.3.3	Veränderungen naturwissenschaftlicher Kompetenz von PISA 2006 bis PISA 2009	191
6.4	Bilanz und Diskussion	193
	Literatur	195
	Anhang	198

Kapitel 7

Soziokulturelle Bedingungsfaktoren, Lebensverhältnisse und Lesekompetenz 199

Kapitel 7.1

Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund 200

Petra Stanat, Dominique Rauch und Michael Segeritz

7.1.1	Methodische Vorbemerkungen	203
7.1.2	Zentrale Befunde zu Jugendlichen mit Migrationshintergrund im internationalen Vergleich	206
7.1.3	Zentrale Befunde für Jugendliche mit Migrationshintergrund unterschiedlicher Herkunft in Deutschland	213
7.1.4	Zusammenfassung und Diskussion	224
	Literatur	228

Kapitel 7.2

Soziale Herkunft und Kompetenzerwerb 231

Timo Ehmke und Nina Jude

7.2.1	Indikatoren zur Erfassung der sozialen Herkunft in PISA	232
7.2.2	Befunde zum Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und Kompetenzerwerb im internationalen Vergleich	234
7.2.3	Die soziale Herkunft der Jugendlichen in Deutschland	242
7.2.4	Veränderungen der Kompetenzen und Bildungswege von Jugendlichen aus unterschiedlichen Sozialschichten in Deutschland über die Zeit	245
7.2.5	Bilanz und Diskussion	249
	Literatur	251
	Anhang	254

Kapitel 7.3

Leseförderung im Elternhaus 255

Silke Hertel, Nina Jude und Johannes Naumann

7.3.1 Die Bedeutung der häuslichen Lernumgebung	256
7.3.2 Die Erfassung von Leseförderung, Mediennutzung und Elternengagement in PISA 2009	259
7.3.3 Die häuslichen Lernumgebungen der Schülerinnen und Schüler in Deutschland	260
7.3.4 Zusammenhänge zwischen Merkmalen des Elternhauses, der Lesekompetenz und der Lesefreude der Kinder	267
7.3.5 Bilanz und Diskussion	272
Literatur	273

Kapitel 8

PISA 2000–2009: Bilanz der Veränderungen im Schulsystem 277

Eckhard Klieme, Nina Jude, Jürgen Baumert und Manfred Prenzel

8.1 Die Entwicklung von 2000 bis 2009 im Spiegel der PISA-Erhebungen und statistischer Daten	279
8.1.1 Wie haben sich die Ergebnisse des Schulsystems verändert?	279
8.1.2 Wie haben sich Kompetenzunterschiede zwischen sozialen Gruppen im vergangenen Jahrzehnt entwickelt?	280
8.1.3 Wie haben sich die sozialen Bedingungen verändert, unter denen Jugendliche in Deutschland aufwachsen?	282
8.1.4 Wie haben sich persönliche Einstellungen und Lebensformen von Jugendlichen verändert?	284
8.1.5 Was hat sich in den Schulen verändert?	285
8.2 Zur Bedeutung bildungspolitischer Rahmenbedingungen und Maßnahmen	287
8.2.1 Die nationale Perspektive: Wie hat die Bildungspolitik in Deutschland auf PISA 2000 reagiert?	288
8.2.2 Die internationale Perspektive: Wie aussagefähig ist der Vergleich der Bildungssysteme?	291
8.3 PISA und die Bildungspolitik: Zwischenbilanz und Perspektiven	294
Literatur	297

Abbildungsverzeichnis	301
-----------------------------	-----

Tabellenverzeichnis	303
---------------------------	-----

Erläuterungen zur Ergebnisdarstellung	306
---	-----

Kapitel 5

Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009

Andreas Frey, Aiso Heinze, Dorothea Mildner,
Jan Hochweber und Regine Asseburg

Mathematische Kompetenz stellt in vielen Berufs-, Wirtschafts- und Kulturbereichen eine Voraussetzung für erfolgreiches individuelles Handeln dar. Dementsprechend ist der mathematischen Kompetenz eine wichtige Funktion für die kulturelle Teilhabe und für die gesellschaftliche Entwicklung zuzusprechen. Sie wird neben der Lesekompetenz und der naturwissenschaftlichen Kompetenz bei PISA regelmäßig erfasst (OECD, 1999, 2003, 2006, 2009b). Bei der aktuellen PISA-Erhebung im Jahr 2009 ist Mathematik ebenso wie die Naturwissenschaften eine Nebendomäne, für die weniger Aufgaben vorgegeben werden als für die Hauptdomäne Lesen. Basierend auf den für PISA 2009 erhobenen Daten können Aussagen über die mathematische Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler getroffen werden, die neben einem internationalen Vergleich und vertiefenden Analysen innerhalb Deutschlands auch eine Trendberichterstattung bezüglich der Veränderungen von PISA 2003 bis 2009 erlauben. Eine differenzierte Analyse der mathematischen Kompetenz nach verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen ist für die kommende PISA-Erhebung im Jahr 2012 vorgesehen, da Mathematik dann – wie schon bei PISA 2003 – die Hauptdomäne sein wird.

Diesem Kapitel liegen drei zentrale Fragestellungen zugrunde. Erstens wird untersucht, wie sich die bei PISA 2009 erhobene mathematische Kompetenz von fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schülern in Deutschland im internationalen Vergleich einordnen lässt. Zweitens wird der Frage nachgegangen, wie sich die mathematische Kompetenz dieser Jugendlichen zwischen den Bildungsgängen innerhalb Deutschlands unterscheidet. Drittens wird berichtet, welche Veränderungen der mathematischen Kompetenz über die drei PISA-Erhebungen der Jahre 2003, 2006 und 2009 zu verzeichnen sind.

Im vorliegenden Kapitel werden zunächst der theoretische Hintergrund, die Fragestellungen und die Testkonzeption des Mathematiktests bei PISA 2009 beschrieben (Abschnitte 5.1 und 5.2). Darauf folgend werden erst die Ergebnisse des internationalen Vergleichs (Abschnitt 5.3.1) sowie die Ergebnisse für Deutschland nach Bildungsgängen differenziert präsentiert (Abschnitt 5.3.2) und dann die Befunde zu Veränderungen der mathematischen Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009 berichtet (Abschnitt 5.3.3). Das Kapitel schließt mit einer Bilanz und Diskussion der Befunde (Abschnitt 5.4).

5.1 Theoretischer Hintergrund

In diesem Abschnitt wird dargestellt, was bei PISA unter mathematischer Kompetenz verstanden wird. Dazu werden der theoretische Hintergrund der Rahmenkonzeption sowie die daraus abgeleiteten Grundlagen für die in Abschnitt 5.2 beschriebene Testkonzeption präsentiert. Die Darstellung erfolgt in Form eines kompakten Überblicks, da diese grund-

legenden Aspekte mit denjenigen der PISA-Erhebungen 2003 und 2006 übereinstimmen und bei Blum et al. (2004) bereits ausführlich dargelegt wurden.

5.1.1 Mathematische Kompetenz bei PISA

Der aktuellen PISA-Erhebung liegt die Rahmenkonzeption zur mathematischen Kompetenz von PISA 2003 zugrunde. Dabei wird mathematische Kompetenz im Sinne von *Mathematical Literacy* verstanden und definiert als „die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht“ (OECD, 2004, S. 42; vgl. auch OECD, 2009b). Mit der Mathematiktestung in PISA soll demnach insbesondere erfasst werden, inwieweit Schülerinnen und Schüler ihr mathematisches Wissen und ihre mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten in unterschiedlichen Problemsituationen und Kontexten flexibel anwenden können. Mathematische Kompetenz umfasst dabei verschiedene Teilkompetenzen, wie zum Beispiel reale Problemsituationen in die mathematische Sprache zu übertragen und so mithilfe der Mathematik zu lösen, mathematische Operationen verständlich anzuwenden oder auch mathematische Ergebnisse zu bewerten, zu interpretieren und zu kommunizieren. PISA bezieht mathematische Kompetenz also nicht in erster Linie auf Anforderungen, wie sie in klassischen schulischen Lehrplänen angeführt werden. Zwar liegen diesen die gleichen mathematischen Begriffe und Aussagen und damit die gleiche mathematische Basis zugrunde, wie sie auch in der PISA-Rahmenkonzeption verwendet wird, jedoch geht es bei PISA vor allem darum, mathematisches Wissen in unterschiedlichen Anwendungskontexten nutzen zu können. Bei der Messung mathematischer Kompetenz werden deshalb nach Möglichkeit realistische Kontexte verwendet, in denen Mathematik auf eine authentische Weise anzuwenden ist (OECD, 2003). Insbesondere Aufgaben, die auf derartigen Realsituationen basieren, erfordern einen spezifischen Lösungsprozess, der mithilfe des sogenannten Modellierungskreislaufs beschrieben werden kann (vgl. Blum, 2002; De Lange, 1987). Ausführliche Beispiele, in denen dieser Modellierungsprozess an PISA-Aufgaben illustriert wird, finden sich in Blum et al. (2004) oder in OECD (2003, 2006).

Das Konstrukt der mathematischen Kompetenz wird bei PISA in vier sogenannte *übergreifende Ideen* (engl. *Overarching Ideas*) und drei sogenannte *Kompetenzcluster* (engl. *Competency Clusters*) strukturiert (OECD, 2003). Die übergreifenden Ideen beziehen sich auf die grundlegenden mathematischen Inhaltsbereiche und werden wie folgt beschrieben:

- *Quantität* betrifft alle Arten von Quantifizierungen, das heißt auch die Verwendung von Zahlen zur Beschreibung und Organisation von Situationen, das Verständnis von Größen und das Erkennen von Zahlenmustern.
- *Veränderung und Beziehungen* umfasst mathematische Darstellungen von Veränderungsprozessen sowie unterschiedliche Arten relationaler und funktionaler Beziehungen zwischen mathematischen Objekten.
- *Raum und Form* bezieht sich auf alle Arten ebener oder räumlicher Konfigurationen, Gestalten und Muster.
- *Unsicherheit* umfasst mathematische Phänomene und Situationen, die statistische Daten beinhalten und bei denen der Zufall eine Rolle spielt.

Die vier übergreifenden Ideen sind nicht identisch mit den herkömmlichen Stoffgebieten Arithmetik, Algebra, Geometrie und Stochastik des Schulcurriculums. Es gibt aber offensichtliche inhaltliche Beziehungen. So stellen etwa viele Aspekte aus dem Stoffgebiet der

Algebra eine Grundlage für die übergreifende Idee Veränderung und Beziehungen dar. Allerdings umfasst der Bereich Veränderung und Beziehungen auch Aspekte, die über das Stoffgebiet der Algebra hinausgehen, wie beispielsweise die Beziehung von Umfang und Flächeninhalt von geometrischen Figuren, die im Schulcurriculum eher dem Stoffgebiet Geometrie zugeordnet wird.

Neben der inhaltsbezogenen Dimension der übergreifenden Ideen gibt es eine anforderungsbezogene Dimension der Kompetenzcluster. Die Kompetenzcluster gehen auf die Beschreibung von mathematischen Fähigkeiten zurück, die zum Lösen von mathematischen Aufgaben notwendig sind und die den acht Kompetenzkategorien *mathematisches Denken*, *mathematisches Problemlösen*, *mathematisches Modellieren*, *mathematisches Argumentieren*, *Darstellungen verwenden*, *mit Symbolen und Formalismen umgehen*, *Kommunizieren* und *Hilfsmittel verwenden* zugeordnet werden (Niss, 2003). Für Aufgaben, die an dem Konzept der Mathematical Literacy orientiert sind, ist es charakteristisch, dass mehrere dieser Kompetenzen im Verbund zur Lösung benötigt werden. Zur korrekten Bearbeitung sind die genannten Kompetenzen je nach Aufgabe auf unterschiedlichem kognitivem Anspruchsniveau erforderlich. Die PISA-Rahmenkonzeption beschreibt drei unterschiedliche kognitive Anspruchsniveaus, die Kompetenzcluster genannt werden (vgl. Blum et al., 2004; OECD, 2009b). Jede Aufgabe des PISA-Mathematiktests wird einem Kompetenzcluster zugeordnet:

- *Reproduktion*: Alle erforderlichen Kompetenzen werden nur auf niedrigem Niveau benötigt. Dazu zählt die Ausführung einfacher, unmittelbar auf der Hand liegender Standardtätigkeiten.
- *Verbindungen*: Einige der erforderlichen Kompetenzen werden auf mittlerem (aber nicht höherem) Niveau benötigt. Hierzu zählen überschaubare Tätigkeiten, welche bereits mehrere Schritte oder die Verknüpfung mehrerer Aufgabenelemente erfordern.
- *Reflexion*: Einige der erforderlichen Kompetenzen werden auf hohem Niveau benötigt. Dabei sind komplexe Tätigkeiten, Verallgemeinerungen oder Reflexion gefordert.

Ein dritter Aspekt der PISA-Rahmenkonzeption für mathematische Kompetenz ist neben der Differenzierung in inhaltsbezogene übergreifende Ideen und anforderungsbezogene Kompetenzcluster die aus dem Literacy-Konzept hervorgehende Einbettung von Aufgaben in verschiedene Anwendungskontexte. Um eine angemessene Breite an Anwendungskontexten zu erreichen, werden bei den in PISA verwendeten Aufgaben *private Situationen*, *bildungsbezogene und berufliche Situationen*, *gesellschaftliche Situationen* und *wissenschaftliche Situationen* einbezogen.

5.1.2 Kompetenzstufen

Um die in PISA ermittelten Kompetenzwerte inhaltsbezogen zu interpretieren, wird ein Stufenmodell mathematischer Kompetenz mit sechs Kompetenzstufen herangezogen. Jede Kompetenzstufe zeichnet sich dabei durch bestimmte Anforderungen aus, die in Tabelle 5.1 beschrieben werden. Diese inhaltlichen Beschreibungen der Kompetenzstufen stellen Bezugspunkte für eine kriteriumsorientierte Interpretation der Kompetenzwerte dar und bieten somit die Möglichkeit einer Bewertung der Ergebnisse, die über den numerischen Vergleich hinausgeht (vgl. OECD, 2004). Die Zuordnung der Kompetenzstufen zu Abschnitten auf der Kompetenzskala sowie die Illustration der Kompetenzstufen anhand einiger Aufgabenbeispiele finden sich in Abschnitt 5.2.2.

Tabelle 5.1: Anforderungen auf den Kompetenzstufen in Mathematik

Kompetenzstufe	Wozu die Schülerinnen und Schüler auf der jeweiligen Stufe im Allgemeinen in der Lage sind
VI	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können Informationen, die sie aus der Untersuchung und Modellierung komplexer Problemsituationen erhalten, konzeptualisieren, verallgemeinern und auf neue Situationen anwenden. Sie können verschiedene Informationsquellen und Darstellungen miteinander verknüpfen und flexibel zwischen diesen hin und her wechseln. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe besitzen die Fähigkeit zu anspruchsvollem mathematischem Denken und Argumentieren. Sie können dieses mathematische Verständnis und ihre Beherrschung symbolischer und formaler mathematischer Operationen und Beziehungen nutzen, um Ansätze und Strategien zum Umgang mit neuartigen Problemsituationen zu entwickeln. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können ihr Tun und ihre Überlegungen, die zu ihren Erkenntnissen, Interpretationen und Argumentationen geführt haben, präzise beschreiben und kommunizieren, einschließlich der Beurteilung von deren Angemessenheit für die jeweilige Ausgangssituation.
V	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können Modelle für komplexe Situationen konzipieren und mit ihnen arbeiten, einschränkende Bedingungen identifizieren und Annahmen spezifizieren. Sie können im Zusammenhang mit diesen Modellen geeignete Strategien für die Lösung komplexer Probleme auswählen, sie miteinander vergleichen und bewerten. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können strategisch vorgehen, indem sie sich auf breit gefächerte, gut entwickelte Denk- und Argumentationsfähigkeiten, passende Darstellungen, symbolische und formale Beschreibungen und für diese Situationen relevante Einsichten stützen. Sie sind imstande, über ihr Tun zu reflektieren und ihre Interpretationen und Überlegungen zu formulieren und zu kommunizieren.
IV	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können effektiv mit expliziten Modellen komplexer konkreter Situationen arbeiten, auch wenn sie einschränkende Bedingungen enthalten oder die Aufstellung von Annahmen erfordern. Sie können verschiedene Darstellungsformen, darunter auch symbolische, auswählen und zusammenführen, indem sie sie direkt zu Aspekten von Realsituationen in Beziehung setzen. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können in diesen Kontexten gut ausgebildete Fertigkeiten anwenden und mit einem gewissen mathematischen Verständnis flexibel argumentieren. Sie können Erklärungen und Begründungen für ihre Interpretationen, Argumentationen und Handlungen geben und sie anderen mitteilen.
III	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können klar beschriebene Verfahren durchführen, auch solche, die sequenzielle Entscheidungen erfordern. Sie können einfache Problemlösungsstrategien auswählen und anwenden. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können Darstellungen interpretieren und nutzen, die aus verschiedenen Informationsquellen stammen, und hieraus unmittelbare Schlüsse ableiten. Sie können kurze Berichte zu ihren Interpretationen, Ergebnissen und Überlegungen geben.
II	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können Situationen in Kontexten interpretieren und erkennen, die nicht mehr als direkte Schlussfolgerungen erfordern. Sie können relevante Informationen einer einzigen Quelle entnehmen und eine einzige Darstellungsform benutzen. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können elementare Algorithmen, Formeln, Verfahren oder Regeln anwenden. Sie sind zu direkten Schlussfolgerungen und wörtlichen Interpretationen der Ergebnisse imstande.
I	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können auf Fragen zu vertrauten Kontexten antworten, bei denen alle relevanten Informationen gegeben und die Fragen klar definiert sind. Sie können Informationen identifizieren und Routineverfahren gemäß direkten Instruktionen in expliziten Situationen anwenden. Sie können Handlungen ausführen, die klar ersichtlich sind und sich unmittelbar aus den jeweiligen Situationen ergeben.

Bei der Bewertung der in PISA ermittelten mathematischen Kompetenz sind die Anteile der Schülerinnen und Schüler mit Kompetenzwerten unter oder auf der niedrigsten Kompetenzstufe I sowie auf der höchsten Kompetenzstufe VI von besonderem Interesse. Jugendliche, deren Kompetenzwerte unter oder auf der Stufe I liegen, können nur solche Aufgaben mit hinreichender Wahrscheinlichkeit lösen, die geringe kognitive Anforderungen stellen und nur elementare mathematische Kenntnisse voraussetzen. Die betreffenden Schülerinnen und Schüler sind von den Zielen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe I in Deutschland weit entfernt. Aufgrund ihrer geringen mathematischen Kompetenz ist anzunehmen, dass sie in ihrem weiteren Ausbildungs- und Berufsleben erhebliche Probleme haben werden. Jugendliche, deren Kompetenzwerte auf der Kompetenzstufe VI liegen, verfügen dagegen über ein hohes Maß an mathematischer Kompetenz. Sie lösen mit hinreichender Wahrscheinlichkeit Aufgaben, die kognitive Anforderungen auf besonders hohem Niveau stellen. Diese Schülerinnen und Schüler können als sehr gut vorbereitet für Ausbildungs- und Berufslaufbahnen gelten, in denen ausgeprägte mathematische Kompetenz gefordert wird.

5.1.3 Fragestellungen

Die in diesem Kapitel berichteten Befunde beziehen sich auf drei Fragestellungen. Die *erste Fragestellung* thematisiert, wie die bei PISA 2009 gemessene mathematische Kompetenz der fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schüler in Deutschland im internationalen Vergleich eingeordnet werden kann. Dazu werden zum einen der Mittelwert und die Standardabweichung der beobachteten mathematischen Kompetenz der fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schüler in Deutschland mit den entsprechenden Ergebnissen der anderen OECD-Staaten verglichen. Zum anderen werden die relativen Anteile von fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schülern unter oder auf der Kompetenzstufe I beziehungsweise auf der Kompetenzstufe VI berichtet. Dies ermöglicht einen Vergleich der OECD-Staaten im Hinblick darauf, wie weit es ihnen gelingt, einen möglichst geringen Anteil ihrer Schülerschaft mit ungünstiger und einen möglichst hohen Anteil mit günstiger Prognose für die weitere Ausbildungs- und Berufslaufbahn auszustatten. Schließlich wird analysiert, welche Unterschiede zwischen fünfzehnjährigen Mädchen und Jungen in Deutschland hinsichtlich der mathematischen Kompetenz zu finden sind und wie sich diese Unterschiede im Vergleich zu den anderen OECD-Staaten darstellen.

Die *zweite Fragestellung* beschäftigt sich mit der Analyse mathematischer Kompetenz bezogen auf das deutsche Bildungssystem. Dazu wird untersucht, wie sehr sich die mathematische Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler bei PISA 2009 zwischen den verschiedenen Bildungsgängen in Deutschland unterscheidet. Auch hier wird neben den Mittelwerten und Standardabweichungen die Verteilung der Schülerinnen und Schüler auf die Kompetenzstufen berichtet.

Mit der *dritten Fragestellung* wird untersucht, wie sich die mathematische Kompetenz der fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schüler von PISA 2003 bis PISA 2009 in Deutschland im Vergleich zu den anderen OECD-Staaten verändert hat. Neben Mittelwerten und Standardabweichungen wird hierbei die Verteilung der Jugendlichen auf die Stufen mathematischer Kompetenz betrachtet.

5.2 Testkonzeption

Der folgende Abschnitt gibt einen Überblick über die Konzeption des Mathematiktests bei PISA 2009. Es werden die eingesetzten Aufgabentypen und Aufgabenformate sowie deren Verteilung auf übergreifende Ideen und Kompetenzcluster beschrieben. Weiter wird das methodische Vorgehen bei der Skalierung und der Kompetenzstufenbildung skizziert.

5.2.1 Aufgabentypen und Aufgabenformate

Für die Messung der mathematischen Kompetenz bei PISA 2009 wurden insgesamt 35 Mathematikaufgaben eingesetzt. Alle Aufgaben waren bereits bei PISA 2003 beziehungsweise PISA 2006 verwendet worden. Ausgehend von der PISA-Rahmenkonzeption (vgl. Abschnitt 5.1) wurden bevorzugt reale Aufgabenkontexte verwendet, in denen Mathematik auf authentische Weise zur Lösung von Problemen anzuwenden ist. Um bei der Kompetenzmessung den Einfluss von kulturellem Wissen oder der Lesekompetenz niedrig zu halten, wurden die Aufgabenkontexte sorgfältig ausgewählt und die Aufgabeninstruktionen möglichst einfach und direkt formuliert. Teilweise wurden mehrere Aufgaben zu Aufgabeneinheiten (engl. *Units*) zusammengefasst. Die Verwendung von Aufgabeneinheiten ermöglicht es einerseits, bei realen Situationen die Komplexität der Realität besser widerzuspiegeln, andererseits kann so die Testzeit effizienter als bei der

Verwendung von Einzelaufgaben genutzt werden, da sich die Schülerinnen und Schüler nicht bei jeder Aufgabe in einen neuen Kontext eindenken müssen.

Bei der Testzusammenstellung wurde darauf geachtet, dass sich die Aufgaben in etwa gleich auf die vier übergreifenden Ideen verteilen. Ferner sollte ungefähr die Hälfte der Aufgaben das Kompetenzcluster Verbindungen ansprechen, während die anderen beiden Kompetenzcluster durch jeweils ein Viertel der Aufgaben abgebildet werden sollten. Es wurde angestrebt, dieses Verhältnis nicht nur über alle Inhaltsbereiche hinweg, sondern auch innerhalb jedes Inhaltsbereichs umzusetzen. Die genaue Verteilung der Aufgaben auf die übergreifenden Ideen und die Kompetenzcluster ist Tabelle 5.2 zu entnehmen.

Tabelle 5.2: Verteilung der Mathematikaufgaben auf übergreifende Ideen und Kompetenzcluster

Übergreifende Idee	Kompetenzcluster			Summe
	Reproduktion	Verbindungen	Reflexion	
Quantität	4	5	2	11
Veränderung und Beziehungen	2	4	3	9
Raum und Form	2	5	1	8
Unsicherheit	1	4	2	7
Summe	9	18	8	35

Im Mathematiktest bei PISA 2009 wurden Aufgaben mit verschiedenen Antwortformaten eingesetzt:

- *Mehrfachwahlaufgaben:* Die Schülerinnen und Schüler müssen unter mehreren vorgegebenen Antwortmöglichkeiten die richtige Lösung markieren. Bei Aufgaben mit komplexen Mehrfachwahl-Antworten muss für mehrere vorgegebene Aussagen jeweils entschieden werden, ob diese richtig oder falsch sind.
- *Geschlossene Aufgaben:* Die Schülerinnen und Schüler müssen eine Zahl oder ein Wort als Antwort eintragen.
- *Offene Aufgaben:* Die Schülerinnen und Schüler müssen ihre Überlegungen oder Lösungswege ausformulieren oder ihre Begründungen für Lösungen angeben.

Von den 35 bei PISA 2009 verwendeten Mathematikaufgaben haben 16 ein Mehrfachwahl-Antwortformat, 11 Aufgaben ein geschlossenes Antwortformat und acht Aufgaben ein offenes Antwortformat. Die Kodierung der Antworten zu offenen Aufgaben erfolgte durch intensiv geschulte Kodiererinnen und Kodierer auf Basis standardisierter Kodieranweisungen (vgl. OECD, 2009a zu Vorgehen und Ergebnissen zur Kodiererübereinstimmung bei PISA 2006).

5.2.2 Skalierung, Kompetenzstufenbildung und Aufgabenbeispiele

Die statistische Aufbereitung der kodierten Schülerantworten auf die Mathematikaufgaben erfolgte über ein Antwortmodell der Item-Response-Theorie (z.B. OECD, 2009a; van der Linden & Hambleton, 1997). Dieses ermöglicht es, die Kompetenzwerte der getesteten Schülerinnen und Schüler mit den Schwierigkeiten der Aufgaben zu verknüpfen. Beide Informationen können so auf einer gemeinsamen Skala dargestellt werden, die sich von sehr niedriger bis zu sehr hoher mathematischer Kompetenz erstreckt. Aufgrund der geringen Anzahl an Mathematikaufgaben bei PISA 2009 wurde nur eine Gesamtskala für Mathematik gebildet und auf Subskalen verzichtet. Die Gesamtskala Mathematik für PISA 2009 wurde so gebildet, dass sie direkt mit den Gesamtskalen Mathematik aus PISA 2003 und PISA 2006 vergleichbar ist. Die Gesamtskala Mathematik von PISA 2003 mit

einem Mittelwert von 500 und einer Standardabweichung von 100 für die damals teilnehmenden OECD-Staaten dient dabei als Referenz, da bei dieser Erhebung Mathematik den Schwerpunkt bildete und die theoretische Rahmenkonzeption im Vergleich zu PISA 2000 ausdifferenziert wurde. Der Mathematiktest bei PISA 2000 umfasste im Wesentlichen Aufgaben der beiden übergreifenden Ideen Veränderung und Beziehungen sowie Raum und Form. Vergleiche der Ergebnisse zwischen den Erhebungen der Jahre 2000 und 2003 sind entsprechend nur für diese beiden Teilskalen, nicht aber für die Gesamtskala Mathematik möglich (vgl. OECD, in Druck).

Die Darstellung von Kompetenzwerten und Aufgabenschwierigkeiten auf einer gemeinsamen Skala erlaubt die anschauliche Interpretation von Kompetenzwerten der Schülerinnen und Schüler anhand der inhaltlichen Anforderungen von Testaufgaben. Hierdurch können Aussagen darüber abgeleitet werden, was die Jugendlichen mit hinreichender Wahrscheinlichkeit können und was nicht. Bei PISA 2009 werden wie bei PISA 2003 und PISA 2006 die in Abschnitt 5.1.2 beschriebenen Kompetenzstufen unterschieden. Die Breite der Kompetenzstufen I bis V beträgt auf der Gesamtskala Mathematik jeweils 62 Punkte; die Kompetenzstufe VI ist nach oben offen. Die Skalenabschnitte der einzelnen Kompetenzstufen sind in Tabelle 5.3 zu finden.¹ Eine weiterführende Beschreibung der Bildung von Kompetenzstufen ist OECD (2009a, 2009b) sowie Frey, Carstensen, Walter, Rönnebeck und Gomolka (2008) zu entnehmen.

Tabelle 5.3: Skalenabschnitte der Stufen mathematischer Kompetenz

Kompetenzstufe	Skalenabschnitt
VI	> 669 Punkte
V	607–669 Punkte
IV	545–606 Punkte
III	483–544 Punkte
II	421–482 Punkte
I	358–420 Punkte

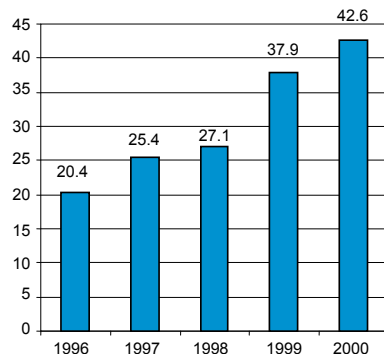
Zur Illustration und zum besseren Verständnis der mathematischen Kompetenzstufen ist in Abbildung 5.1 eine Aufgabeneinheit mit zwei Einzelaufgaben dargestellt, die aufgrund ihrer Schwierigkeiten verschiedenen Kompetenzstufen zuzuordnen sind. Es handelt sich dabei um die veröffentlichte Aufgabeneinheit *Exporte*, die Teil des Mathematiktests bei PISA 2003 war. Die erste Aufgabe dieser Einheit hat mit 427 Punkten eine eher geringe Schwierigkeit und wird der Kompetenzstufe II zugeordnet. Es handelt sich um eine geschlossene Aufgabe der übergreifenden Idee Unsicherheit und des Kompetenzclusters Reproduktion. Für ihre Lösung wird im Wesentlichen die Kompetenz Darstellungen verwenden auf geringem Anforderungsniveau benötigt, da der gefragte Wert direkt aus dem Diagramm abgelesen werden kann. Die zweite Aufgabe wird bei einer Schwierigkeit von 565 Punkten der Kompetenzstufe IV zugeordnet. Sie stellt eine Mehrfachwahlaufgabe der übergreifenden Idee Unsicherheit und des Kompetenzclusters Verbindungen dar. Ihre Lösung erfordert unter anderem die Kompetenzen Darstellungen verwenden, mathematisches Modellieren und mit Symbolen und Formalismen umgehen. Dabei müssen Informationen aus beiden Diagrammen entnommen und miteinander verknüpft werden.

¹ Die Kompetenzstufen sind bei Beachtung von Dezimalstellen exakt 62 Punkte breit. An den in Tabelle 5.3 angeführten Werten ist dies nicht durchgängig zu erkennen, da ganzzahlig gerundete Werte angegeben wurden. Im weiteren Verlauf des Kapitels können ähnliche auf Rundung zurückzuführende vermeintliche Inkonsistenzen zwischen Text und Tabellen beziehungsweise Abbildungen bei der Darstellung von Summen und Differenzen vorkommen. Alle Berechnungen wurden mit Dezimalstellen durchgeführt, erst für die Ergebnisdarstellung wurde gerundet.

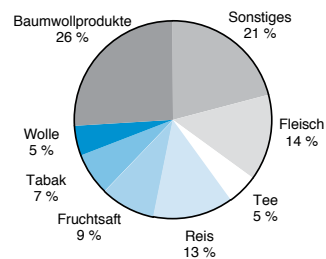
Exporte

Die folgenden Grafiken zeigen Informationen über die Exporte aus Zedland, einem Land, das Zed als Währung verwendet.

Gesamt-Jahresexporte aus Zedland
in Millionen Zeds, 1996-2000



Verteilung der Exporte aus
Zedland im Jahr 2000



VI

V

IV

III

II

I

Aufgabe 2

Was war der Wert des Fruchtsafts, der im Jahr 2000 aus Zedland exportiert wurde?

- A 1.8 Millionen Zeds.
- B 2.3 Millionen Zeds.
- C 2.4 Millionen Zeds.
- D 3.4 Millionen Zeds.
- E 3.8 Millionen Zeds.

565
(0.48/0.46)

Aufgabe 1

Was war der Gesamtwert (in Millionen Zeds) der Exporte aus Zedland im Jahr 1998?

427
(0.79/0.83)

Anmerkung. Die Werte an den Verbindungslinien zwischen den Beispielen und der Kompetenzaussage geben das für eine 62 %-Lösungswahrscheinlichkeit erforderliche Kompetenzniveau und die Werte in Klammern die beobachteten relativen internationalen (OECD-Durchschnitt) und deutschen Lösungshäufigkeiten bei PISA 2003 an.

Abbildung 5.1: Aufgabenbeispiel zur Illustration der Anforderungen einzelner Stufen mathematischer Kompetenz

Die Güte des PISA-Mathematiktests kann mithilfe der testtheoretischen Gütekriterien Objektivität, Reliabilität und Validität beschrieben werden.

Die Objektivität eines Tests drückt aus, inwieweit ein Testergebnis unabhängig von den Personen ist, die den Test durchführen, auswerten und interpretieren (vgl. Moosbrugger & Kelava, 2007). Aufgrund der Standardisierung bezüglich der Schulung der Testleiterinnen und Testleiter, des Testmaterials, der Testdurchführung, der Kodierung von Aufgaben mit offenem Antwortformat, der zentral durchgeführten, einheitlichen Skalierung und der theoretisch begründeten Interpretation der Testergebnisse kann der Mathematiktest von PISA 2009 als objektiv angesehen werden.

Als Reliabilität bezeichnet man die Zuverlässigkeit, mit der ein Test ein zugrunde liegendes Merkmal misst (vgl. Moosbrugger & Kelava, 2007). Die Reliabilität der Plausible Values des Mathematiktests in PISA 2009 beträgt .88 (für Deutschland .91), womit eine sehr hohe Zuverlässigkeit der Aussagen über Schülergruppen gewährleistet ist.

Validität drückt aus, inwieweit inhaltliche Interpretationen von Testwerten angemessen sind (vgl. Hartig, Frey & Jude, 2007). Die PISA-Testwerte sollen Aussagen darüber ermöglichen, wie gut fünfzehnjährige Jugendliche in der Lage sind, den Anforderungen der Wissensgesellschaft gerecht zu werden. Da bei PISA 2009 keine neuen Aufgaben im Vergleich zu PISA 2006 verwendet wurden, gelten die in Frey, Asseburg, Carstensen, Ehmke und Blum (2007) angeführten Ergebnisse zur Validität auch für die aktuelle Erhebung. Diese sprechen zusammenfassend dafür, dass die bei PISA 2009 erhobenen Werte mathematischer Kompetenz die intendierten Aussagen erlauben.

5.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse von PISA 2009 werden in drei Abschnitten dargestellt. Zunächst werden die bei PISA 2009 in Deutschland erzielten Ergebnisse zur mathematischen Kompetenz mit den Resultaten der anderen OECD-Staaten verglichen (Abschnitt 5.3.1). Danach wird die in den Bildungsgängen Deutschlands zu beobachtende mathematische Kompetenz berichtet (Abschnitt 5.3.2). Im abschließenden Abschnitt 5.3.3 wird die Veränderung der mathematischen Kompetenz in Deutschland von PISA 2003 bis PISA 2009 im Vergleich zu den Veränderungen in den anderen OECD-Staaten beschrieben.

5.3.1 Internationaler Vergleich

In diesem Abschnitt werden die in Deutschland im Jahr 2009 beobachteten Mittelwerte und Standardabweichungen mathematischer Kompetenz, die prozentualen Verteilungen auf die Stufen mathematischer Kompetenz sowie die Kompetenzunterschiede zwischen Mädchen und Jungen mit den Ergebnissen der anderen OECD-Staaten verglichen. Neben den 34 OECD-Staaten haben an PISA 2009 noch 31 sogenannte OECD-Partnerstaaten teilgenommen. Ergebnisse zu allen teilnehmenden Staaten sind in Tabelle 5.8 im Anhang dieses Kapitels zu finden. Paarweise Vergleiche der Mittelwerte mathematischer Kompetenz aller teilnehmenden Staaten inklusive Angaben zur statistischen Signifikanz sind OECD (2010) zu entnehmen.

Mittelwerte und Standardabweichungen

Die Gesamtskala Mathematik wurde bei PISA 2003 für die damals teilnehmenden OECD-Staaten mit einem Mittelwert von 500 und einer Standardabweichung von 100 gebildet. Die durchschnittliche mathematische Kompetenz der OECD-Staaten liegt bei PISA 2009 bei 496 Punkten. Dieser Wert erscheint geringfügig niedriger als bei PISA 2003. Der

Unterschied ist jedoch nicht signifikant und vor allem auf Staaten zurückzuführen, die seit 2003 der OECD neu beigetreten sind.

Ein Überblick über Höhe und Verteilung der mathematischen Kompetenz in den OECD-Staaten ist in Tabelle 5.4 zu finden. In neun Staaten zeigen sich keine signifikanten Unterschiede zum OECD-Durchschnitt (Norwegen, Frankreich, Slowakische Republik, Österreich, Polen, Schweden, Tschechische Republik, Vereinigtes Königreich und Ungarn).

In 14 OECD-Staaten liegt die mittlere mathematische Kompetenz signifikant über dem OECD-Durchschnitt. Erstmals bei PISA gehört Deutschland bei der aktuellen Erhebung mit einem mittleren Kompetenzwert von 513 Punkten zu dieser Gruppe. Der Abstand zu der in Korea (546 Punkte) und Finnland (541 Punkte) gemessenen mittleren mathematischen Kompetenz ist mit rund 30 Punkten jedoch nach wie vor groß. Diese Differenz ist in etwa so groß wie der durchschnittliche Kompetenzzuwachs in Mathematik, der bei der an PISA 2003 angekoppelten Längsschnittstudie innerhalb eines Schuljahres in Deutschland beobachtet wurde (Ehmke, Blum, Neubrand, Jordan & Ulfig, 2006). Die Betrachtungen dieses Kapitels beschränken sich auf die OECD-Staaten. Es soll jedoch bemerkt werden, dass die höchsten Mittelwerte der mathematischen Kompetenz von den Schülerinnen und Schülern in Shanghai (600 Punkte) erreicht werden. Auch in den beiden ostasiatischen Metropolen Singapur (562 Punkte) und Hongkong (555 Punkte), die als eigenständige Bildungssysteme an PISA 2009 teilnahmen, werden sehr hohe mittlere Kompetenzwerte erzielt (vgl. Tabelle 5.8 im Anhang dieses Kapitels).

Die relative Position Deutschlands hat sich im Vergleich zu seinen Nachbarstaaten gegenüber PISA 2006 verbessert. Bei PISA 2006 lag die mittlere mathematische Kompetenz der fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schüler in Deutschland noch signifikant niedriger als in sechs Nachbarstaaten (Niederlande, Schweiz, Belgien, Dänemark, Tschechische Republik und Österreich) und fiel lediglich im Vergleich zu Luxemburg signifikant höher aus. Zu den beiden übrigen Nachbarstaaten Frankreich und Polen zeigten sich keine signifikanten Unterschiede (Frey et al., 2007). Bei PISA 2009 ist nur noch in zwei Nachbarstaaten (Schweiz und Niederlande) eine signifikant höhere mathematische Kompetenz zu beobachten als in Deutschland. Die mittlere mathematische Kompetenz fällt in Deutschland signifikant höher aus als in sechs Nachbarstaaten (Luxemburg, Tschechische Republik, Polen, Österreich, Frankreich und Dänemark). Diese für Deutschland günstige Entwicklung geht jedoch nicht nur auf eine Steigerung der mathematischen Kompetenz der Jugendlichen in Deutschland zurück, sondern auch auf Rückgänge der mittleren mathematischen Kompetenz in mehreren Nachbarstaaten.

Signifikant niedriger als im OECD-Durchschnitt fällt die mittlere mathematische Kompetenz in 11 OECD-Staaten aus (Mexiko, Chile, Türkei, Israel, Griechenland, Italien, Spanien, Portugal, Irland, Vereinigte Staaten und Luxemburg). Die niedrigste mathematische Kompetenz zeigt sich in Mexiko mit 419 Punkten.

Insgesamt sind große Kompetenzunterschiede zwischen den OECD-Staaten zu verzeichnen. Die Differenz der mittleren mathematischen Kompetenz zwischen Korea und Mexiko in Höhe von 128 Punkten entspricht etwa zwei Kompetenzstufen.

Neben der mittleren mathematischen Kompetenz stellt die Streuung der Kompetenzwerte einen interessanten Indikator für die Leistungsfähigkeit eines Bildungssystems dar. Allgemein ist wünschenswert, dass möglichst viele Schülerinnen und Schüler eine hohe Kompetenz erreichen und gleichzeitig möglichst wenig Lernende dabei zurückbleiben. Empirisch drückt sich dies in einem hohen Mittelwert bei geringer Streuung aus. Zur Beschreibung der Streuung werden die in den OECD-Staaten resultierenden Standardabweichungen der Kompetenzwerte und die Perzentilverteilungen (Abbildung 5.2) betrachtet.

Über alle OECD-Staaten gesehen ergibt sich eine Standardabweichung von 92 Punkten. In Deutschland fällt die Standardabweichung mit 98 Punkten signifikant höher aus als

Tabelle 5.4: Mathematische Kompetenz im internationalen Vergleich

Staat					Perzentile					
OECD-Staaten	M	(SE)	SD	(SE)	5%	10%	25%	75%	90%	95%
Korea	546	(4.0)	89	(2.5)	397	430	486	609	659	689
Finnland	541	(2.2)	82	(1.1)	399	431	487	599	644	669
Schweiz	534	(3.3)	99	(1.6)	363	401	468	604	658	689
Japan	529	(3.3)	94	(2.2)	370	407	468	595	648	677
Kanada	527	(1.6)	88	(1.0)	379	413	468	588	638	665
Niederlande	526	(4.7)	89	(1.7)	378	406	460	593	640	665
Neuseeland	519	(2.3)	96	(1.6)	355	392	454	589	642	671
Belgien	515	(2.3)	104	(1.8)	335	373	444	593	646	675
Australien	514	(2.5)	94	(1.4)	357	392	451	580	634	665
Deutschland	513	(2.9)	98	(1.7)	347	380	443	585	638	666
Estland	512	(2.6)	81	(1.6)	378	409	458	567	616	643
Island	507	(1.4)	91	(1.2)	352	388	447	569	623	652
Dänemark	503	(2.6)	87	(1.3)	358	390	445	564	614	644
Slowenien	501	(1.2)	95	(0.9)	345	379	435	569	628	659
Norwegen	498	(2.4)	85	(1.2)	354	387	441	557	608	636
Frankreich	497	(3.1)	101	(2.1)	321	361	429	570	622	652
Slowakische Republik	497	(3.1)	96	(2.4)	342	376	432	561	621	654
Österreich	496	(2.7)	96	(2.0)	338	370	425	566	620	650
Polen	495	(2.8)	88	(1.4)	348	380	434	557	609	638
Schweden	494	(2.9)	94	(1.3)	339	374	432	560	613	643
Tschechische Republik	493	(2.8)	93	(1.8)	342	374	428	557	615	649
Vereinigtes Königreich	492	(2.4)	87	(1.2)	348	380	434	552	606	635
Ungarn	490	(3.5)	92	(2.8)	334	370	428	554	608	637
Luxemburg	489	(1.2)	98	(1.2)	324	360	423	560	613	643
Vereinigte Staaten	487	(3.6)	91	(1.6)	337	368	425	551	607	637
Irland	487	(2.5)	86	(1.6)	338	376	432	548	591	617
Portugal	487	(2.9)	91	(1.5)	334	367	424	551	605	635
Spanien	483	(2.1)	91	(1.1)	328	364	424	546	597	625
Italien	483	(1.9)	93	(1.7)	330	363	420	548	602	632
Griechenland	466	(3.9)	89	(2.0)	319	352	406	527	580	613
Israel	447	(3.3)	104	(2.4)	272	310	374	520	581	615
Türkei	445	(4.4)	93	(3.0)	304	331	378	506	574	613
Chile	421	(3.1)	80	(1.7)	293	322	366	473	527	559
Mexiko	419	(1.8)	79	(1.1)	289	318	366	472	520	547
OECD-Durchschnitt	496	(0.5)	92	(0.3)	343	376	433	560	613	643

signifikant über dem
OECD-Durchschnitt

nicht signifikant verschieden
vom OECD-Durchschnitt

signifikant unter dem
OECD-Durchschnitt

im OECD-Durchschnitt. Die geringsten Standardabweichungen zeigen sich in Mexiko (79 Punkte), Chile (80 Punkte), Estland (81 Punkte) und Finnland (82 Punkte). Während die Ergebnisse in Mexiko und Chile mit sehr niedrigen mittleren Kompetenzwerten bei gleichzeitig geringer Streuung als nicht wünschenswert anzusehen sind, gelingt es Estland und Finnland, ein hohes respektive sehr hohes mathematisches Kompetenzniveau mit geringen interindividuellen Unterschieden zu verbinden. Die breiteste Spreizung der Kompetenzverteilung findet sich mit einer Standardabweichung von jeweils 104 Punkten in Belgien und Israel.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die mittlere mathematische Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler in Deutschland bei PISA 2009 erstmals signifikant über dem OECD-Durchschnitt liegt. Während die höchsten mittleren Kompetenzwerte in Korea und Finnland erreicht werden, zeigen sich die niedrigsten

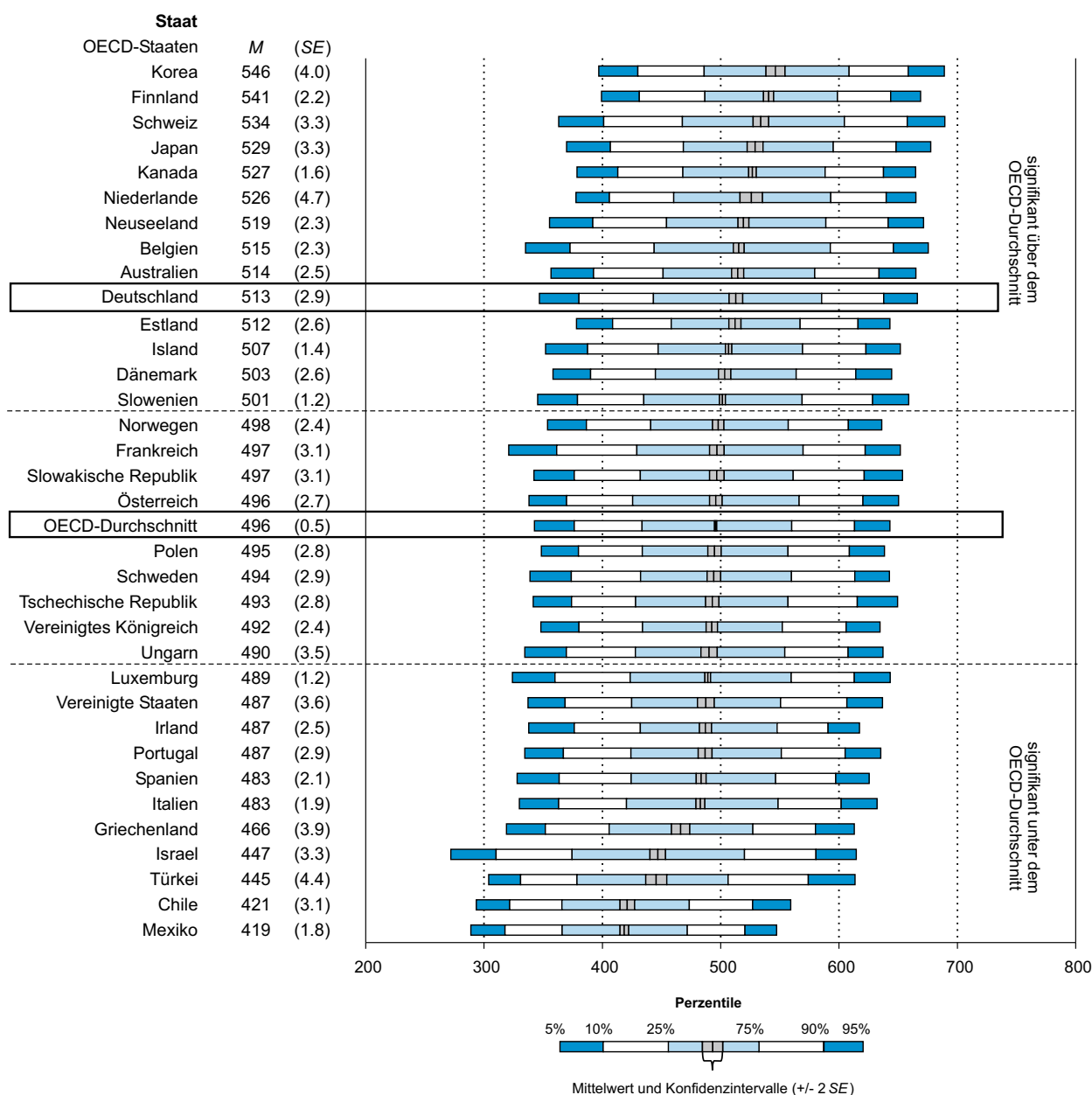


Abbildung 5.2: Perzentilbänder mathematischer Kompetenz im internationalen Vergleich

Mittelwerte in Mexiko und Chile. Die Streuung der mathematischen Kompetenz fällt in Deutschland signifikant höher aus als im OECD-Durchschnitt.

Prozentuale Verteilung auf die Stufen mathematischer Kompetenz

Die Einordnung von Jugendlichen auf die Stufen mathematischer Kompetenz ermöglicht eine kriteriumsorientierte Interpretation der PISA-Ergebnisse im Hinblick darauf, was die Schülerinnen und Schüler mit hinreichender Wahrscheinlichkeit können und was nicht (vgl. Abschnitt 5.2). Nachfolgend werden dabei zwei Gruppen kontrastierend dargestellt. Einerseits werden Anteile der Jugendlichen auf der höchsten Kompetenzstufe VI berichtet. Diese Jugendlichen verfügen über sehr gute Voraussetzungen, die zukünftigen mathematischen Anforderungen in ihrer Ausbildungs- und Berufslaufbahn zu meistern. Andererseits werden Anteile der Jugendlichen unter oder auf der niedrigsten Kompetenzstufe I betrachtet. Diese Gruppe hat aufgrund ihrer geringen mathematischen Kompetenz eine ungünstige Prognose für die weitere Ausbildungs- und Berufslaufbahn.

In den OECD-Staaten befinden sich durchschnittlich 3.1 Prozent der fünfzehnjährigen Jugendlichen auf der höchsten mathematischen Kompetenzstufe VI und 22.0 Prozent unter oder auf der niedrigsten Kompetenzstufe I (Abbildung 5.3).

Der Anteil der Jugendlichen auf der höchsten mathematischen Kompetenzstufe VI fällt in Deutschland mit 4.6 Prozent signifikant höher aus als im OECD-Durchschnitt. Dies drückt aus, dass in Deutschland im Vergleich zum OECD-Durchschnitt mehr Schülerinnen und Schüler auf hohem Niveau selbständig mathematisch argumentieren und reflektieren können. Jedoch besteht auch hier zu Korea und der Schweiz mit jeweils 7.8 Prozent der Jugendlichen auf der Kompetenzstufe VI eine relativ große Differenz.

Insbesondere in Korea geht dieser hohe Anteil von Schülerinnen und Schülern mit hoch ausgeprägter mathematischer Kompetenz mit einem sehr geringen Anteil von Jugendlichen mit sehr niedriger mathematischer Kompetenz einher (8.1 Prozent unter oder auf Kompetenzstufe I). In Deutschland fällt der Anteil der Jugendlichen unter oder auf der Kompetenzstufe I mit 18.6 Prozent erheblich höher aus. Auch wenn die-

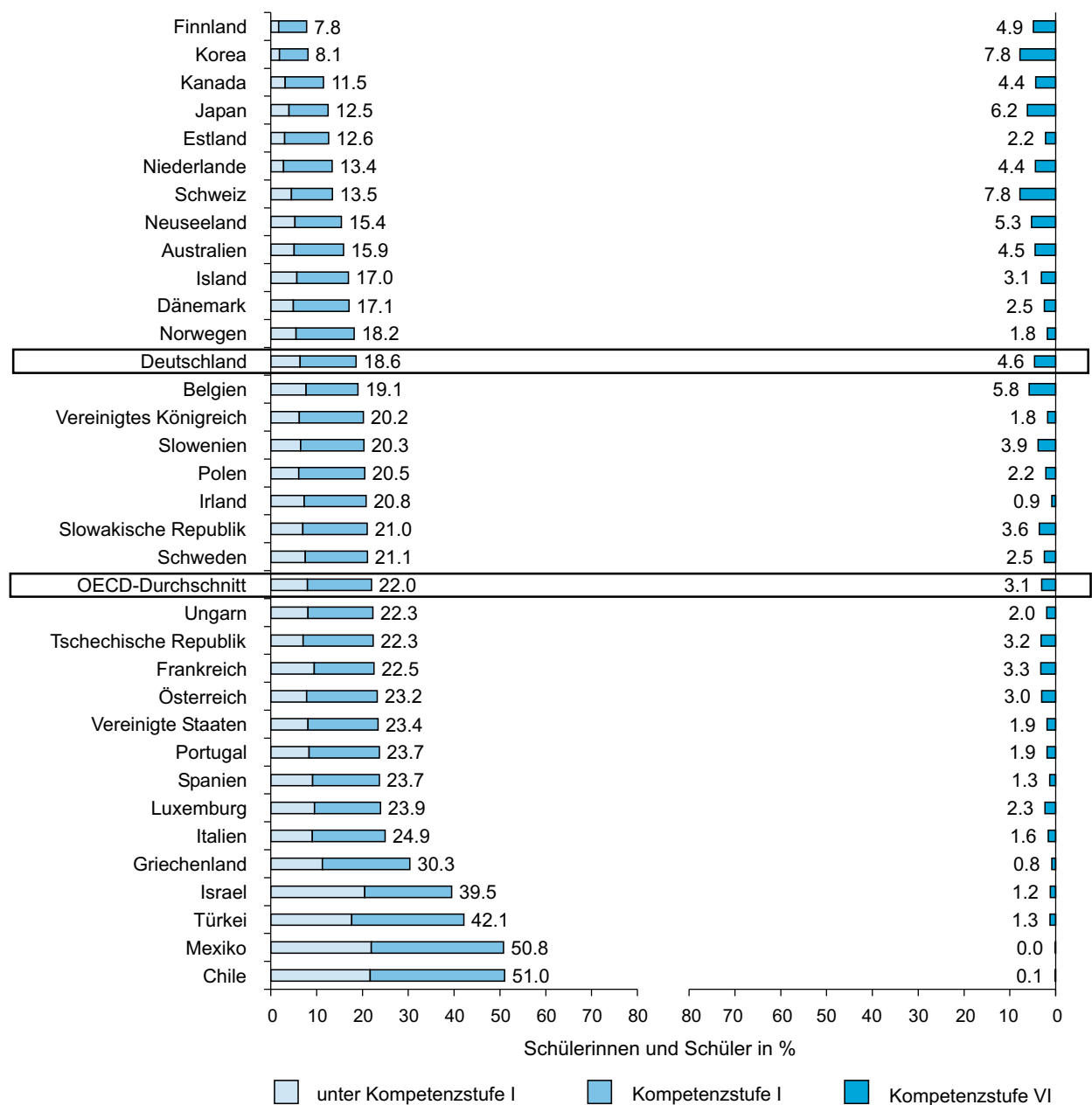


Abbildung 5.3: Prozentuale Anteile von Schülerinnen und Schülern auf Kompetenzstufe I oder darunter beziehungsweise auf Kompetenzstufe VI

ser Anteil signifikant niedriger ist als im OECD-Durchschnitt, ist er dennoch als bedenklich zu bezeichnen, da die Jugendlichen dieser Gruppe allenfalls einfachste mathematische Anforderungen bewältigen können. Die höchsten Anteile von Jugendlichen unter oder auf der Kompetenzstufe I zeigen sich in Chile (51.0 Prozent) und Mexiko (50.8 Prozent).

Es ist festzuhalten, dass sich in Deutschland signifikant mehr fünfzehnjährige Jugendliche auf der höchsten und signifikant weniger Jugendliche unter oder auf der niedrigsten Stufe mathematischer Kompetenz befinden als im OECD-Durchschnitt. Eine Betrachtung der Veränderung der Anteile auf den Kompetenzstufen seit PISA 2003 findet sich in Abschnitt 5.3.3.

Kompetenzunterschiede zwischen Mädchen und Jungen

Wie bereits bei den vorherigen PISA-Erhebungen erzielen die Jungen (501 Punkte) auch bei PISA 2009 im OECD-Durchschnitt signifikant höhere Werte mathematischer Kompetenz als die Mädchen (490 Punkte). Die Unterschiede fallen in Deutschland, genauso wie in insgesamt 21 der 34 OECD-Staaten, signifikant aus (Tabelle 5.5). Die in Deutschland beobachteten Unterschiede mathematischer Kompetenz zwischen Mädchen

Tabelle 5.5: Mittelwerte mathematischer Kompetenz von Mädchen und Jungen im internationalen Vergleich

Staat	Mädchen		Jungen		Differenz
OECD-Staaten	M	(SE)	M	(SE)	Jungen–Mädchen
Schweden	495	(3.3)	493	(3.1)	
Slowenien	501	(1.7)	502	(1.8)	
Finnland	539	(2.5)	542	(2.5)	
Slowakische Republik	495	(3.4)	498	(3.7)	
Korea	544	(4.5)	548	(6.2)	
Island	505	(1.9)	508	(2.0)	
Polen	493	(3.2)	497	(3.0)	
Tschechische Republik	490	(3.0)	495	(3.9)	
Norwegen	495	(2.8)	500	(2.7)	
Irland	483	(3.0)	491	(3.4)	
Neuseeland	515	(2.9)	523	(3.2)	
Israel	443	(3.3)	451	(4.7)	
Estland	508	(2.9)	516	(2.9)	
Japan	524	(3.9)	534	(5.3)	
Australien	509	(2.8)	519	(3.0)	
Türkei	440	(5.6)	451	(4.6)	
OECD-Durchschnitt	490	(0.6)	501	(0.6)	
Portugal	481	(3.1)	493	(3.3)	
Kanada	521	(1.7)	533	(2.0)	
Ungarn	484	(3.9)	496	(4.2)	
Mexiko	412	(1.9)	425	(2.1)	
Griechenland	459	(3.3)	473	(5.4)	
Italien	475	(2.2)	490	(2.3)	
Deutschland	505	(3.3)	520	(3.6)	
Dänemark	495	(2.9)	511	(3.0)	
Frankreich	489	(3.4)	505	(3.8)	
Niederlande	517	(5.1)	534	(4.8)	
Spanien	474	(2.5)	493	(2.3)	
Österreich	486	(4.0)	506	(3.4)	
Luxemburg	479	(1.3)	499	(2.0)	
Schweiz	524	(3.4)	544	(3.7)	
Vereinigte Staaten	477	(3.8)	497	(4.0)	
Vereinigtes Königreich	482	(3.3)	503	(3.2)	
Chile	410	(3.6)	431	(3.7)	
Belgien	504	(3.0)	526	(3.3)	

-10 0 10 20 30 40

nicht signifikant
 signifikant

und Jungen sind von PISA 2006 (20 Punkte) zu PISA 2009 (16 Punkte) nominell, aber nicht signifikant kleiner geworden. Die Differenz der mathematischen Kompetenz zwischen Mädchen und Jungen in Deutschland unterscheidet sich nicht signifikant von der im OECD-Durchschnitt gefundenen Differenz. Sehr große Differenzen in der Höhe von 20 oder mehr Punkten zeigen sich in Belgien, Chile, dem Vereinigten Königreich, den Vereinigten Staaten und der Schweiz. Sehr geringe Differenzen von fünf oder weniger Punkten zeigen sich in Norwegen, der Tschechischen Republik, Polen, Island, Korea, der Slowakischen Republik, Finnland, Schweden und Slowenien.

5.3.2 Mathematische Kompetenz in den Bildungsgängen in Deutschland

In mehreren Ländern der Bundesrepublik Deutschland haben in den vergangenen Jahren umfassende schulstrukturelle Änderungen stattgefunden. Dies führte zu einer teilweise recht unterschiedlichen Ausgestaltung von gleich benannten Schularten. Für Deutschland sind deshalb auf der Ebene von Schularten aggregierte Werte nur begrenzt zu interpretieren. Bei PISA 2009 werden statt Schularten deshalb die vier Bildungsgänge Hauptschule, Integrierte Gesamtschule, Realschule und Gymnasium verglichen (vgl. Kapitel 1). Jugendliche aus Schulen mit mehreren Bildungsgängen (außer Integrierte Gesamtschulen) wurden dabei dem jeweils angestrebten Bildungsabschluss zugeordnet.

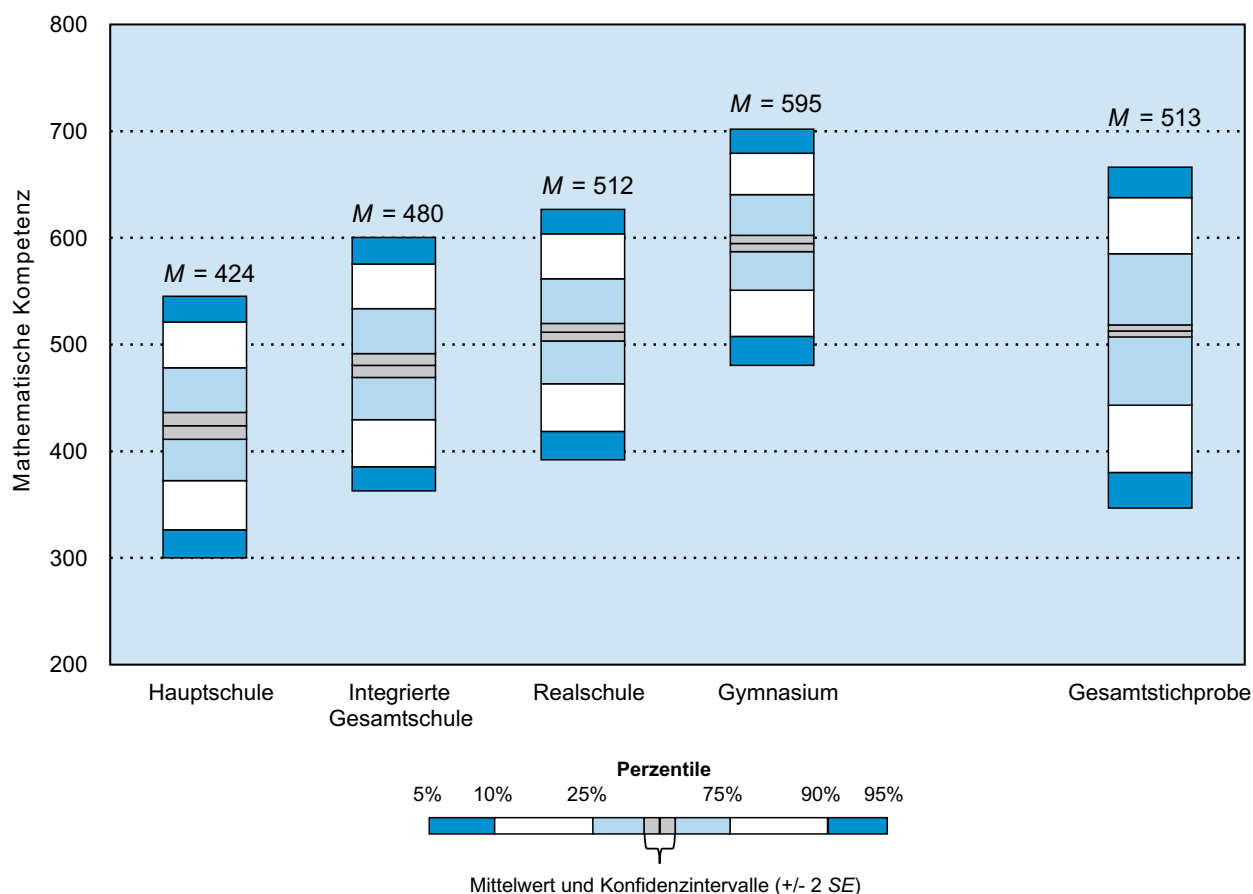
Die Mittelwerte und Standardabweichungen der mathematischen Kompetenz differenziert nach Bildungsgängen sind in Tabelle 5.6 dargestellt. Die erzielten Mittelwerte mathematischer Kompetenz variieren stark zwischen den Bildungsgängen. Schülerinnen und Schüler im Bildungsgang Gymnasium erreichen mit durchschnittlich 595 Punkten die höchsten Werte. Das geringste Niveau mathematischer Kompetenz ist mit 424 Punkten im Bildungsgang Hauptschule zu verzeichnen. Der Unterschied zwischen den Bildungsgängen Gymnasium und Hauptschule fällt mit 171 Punkten und einer Effektgröße von $d = 2.39$ sehr groß aus. Schülerinnen und Schüler im Bildungsgang Gymnasium sind damit den Jugendlichen im Bildungsgang Hauptschule annähernd drei Kompetenzstufen voraus. Der mittlere Unterschied zwischen den Bildungsgängen Gymnasium und Realschule beträgt mit 83 Punkten und einer Effektgröße von $d = 1.20$ mehr als eine Kompetenzstufe.

Tabelle 5.6: Mathematische Kompetenz in Deutschland nach Bildungsgang

Bildungsgang	<i>M</i>	(<i>SE</i>)	<i>SD</i>	(<i>SE</i>)
Hauptschule	424	(6.3)	75	(1.8)
Integrierte Gesamtschule	480	(5.6)	73	(2.6)
Realschule	512	(4.1)	72	(2.0)
Gymnasium	595	(3.8)	67	(1.7)
Gesamtstichprobe	513	(2.9)	98	(1.7)

Anmerkung. Die Gesamtstichprobe umfasst alle in Deutschland getesteten Schülerinnen und Schüler.

Neben den beschriebenen Mittelwertsunterschieden verdeutlicht Abbildung 5.4, dass die Streuung mathematischer Kompetenz auch innerhalb der Bildungsgänge in Deutschland beträchtlich ist. Dies resultiert in einer großen Überlappung der Kompetenzverteilungen. Beispielsweise liegt das 75. Perzentil des Bildungsgangs Realschule (562 Punkte) etwas über dem 25. Perzentil des Bildungsgangs Gymnasium (551 Punkte). Dies bedeutet, dass mehr als ein Viertel der Jugendlichen im Bildungsgang Realschule über eine höhere mathematische Kompetenz verfügen als ein Viertel der Gymnasiastinnen und Gymnasiasten.



Anmerkung. Die Gesamtstichprobe umfasst alle in Deutschland getesteten Schülerinnen und Schüler.

Abbildung 5.4: Perzentilbänder für die mathematische Kompetenz in Deutschland nach Bildungsgang

Die in der Tabelle 5.7 angegebenen prozentualen Anteile der Jugendlichen auf den Stufen mathematischer Kompetenz erlauben eine weiterführende Einschätzung der in den verschiedenen Bildungsgängen erreichten Kompetenzniveaus.

Der prozentuale Anteil der Jugendlichen, die der mathematischen Kompetenzstufe VI zuzuordnen sind, ist im Bildungsgang Gymnasium am höchsten. Hier verfügen 12.7 Prozent der Jugendlichen über sehr gute Voraussetzungen, zukünftige mathematische Anforderungen in Ausbildungs- und Berufslaufbahn erfolgreich zu bewältigen. Sehr hohe mathematische Kompetenz auf der Stufe VI ist in den anderen Bildungsgängen gar nicht oder nur bei sehr geringen Anteilen der Schülerschaft zu beobachten (Hauptschule: 0.0 Prozent, Integrierte Gesamtschule: 0.2 Prozent, Realschule: 1.1 Prozent). Weiter erreichen 30.6 Prozent der Gymnasiastinnen und Gymnasiasten die Kompetenzstufe V, während der Anteil auf dieser Stufe in den anderen Bildungsgängen maximal 8.0 Prozent beträgt.

Erwartungsgemäß fällt im Bildungsgang Gymnasium der prozentuale Anteil der Jugendlichen unter oder auf Kompetenzstufe I mit 0.6 Prozent sehr gering aus. Die entsprechenden prozentualen Anteile liegen in den anderen Bildungsgängen zum Teil erheblich höher (Hauptschule: 48.5 Prozent, Integrierte Gesamtschule: 20.9 Prozent, Realschule: 10.4 Prozent).

Es kann zusammengefasst werden, dass sich die Mittelwerte mathematischer Kompetenz der fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schüler in Deutschland stark zwischen den Bildungsgängen unterscheiden. Die höchsten Mittelwerte sind im Bildungsgang Gymnasium, die niedrigsten im Bildungsgang Hauptschule zu verzeichnen. Die Kompetenzwerte streuen innerhalb der Bildungsgänge erheblich, sodass eine große Überlappung der Kompetenzverteilungen der Bildungsgänge zu beobachten ist. Im

Tabelle 5.7: Prozentuale Anteile der Schülerinnen und Schüler auf den Stufen mathematischer Kompetenz nach Bildungsgang

Bildungsgang		Kompetenzstufe						
		Unter I	I	II	III	IV	V	VI
Hauptschule	%	19.4	29.1	28.5	18.1	4.2	0.7	0.0
	(SE)	(2.6)	(2.4)	(2.4)	(2.0)	(1.1)	(0.3)	(0.0)
Integrierte Gesamtschule	%	4.5	16.4	29.7	29.3	16.0	3.8	0.2
	(SE)	(1.1)	(2.4)	(2.4)	(3.5)	(2.9)	(1.3)	(0.3)
Realschule	%	1.8	8.5	23.8	32.4	24.2	8.0	1.1
	(SE)	(0.6)	(1.0)	(1.9)	(1.6)	(1.9)	(1.0)	(0.5)
Gymnasium	%	0.1	0.6	4.6	17.3	34.3	30.6	12.7
	(SE)	(0.1)	(0.2)	(1.0)	(1.5)	(1.8)	(2.5)	(1.3)
Gesamtstichprobe	%	6.4	12.2	18.8	23.1	21.7	13.2	4.6
	(SE)	(0.6)	(0.7)	(0.9)	(0.9)	(0.9)	(0.9)	(0.5)

Anmerkung. Die Gesamtstichprobe umfasst alle in Deutschland getesteten Schülerinnen und Schüler.

Gymnasium verfügen über 40 Prozent der Jugendlichen über eine hohe oder sehr hohe und nur knapp ein Prozent über eine als unzureichend zu bezeichnende mathematische Kompetenz. In der Hauptschule sind für annähernd die Hälfte der Jugendlichen aufgrund unzureichender mathematischer Kompetenz Schwierigkeiten im weiteren Ausbildungs- und Berufsleben zu prognostizieren.

5.3.3 Veränderung mathematischer Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009

Betrachtet man die durchschnittliche mathematische Kompetenz im Bereich der OECD, ist von PISA 2003 zu PISA 2009 keine signifikante Veränderung festzustellen. Auf der Ebene einzelner Staaten haben sich aber in 16 der 29 OECD-Staaten, die sowohl an PISA 2003 als auch an PISA 2009 teilgenommen haben, signifikante Veränderungen ergeben.

Die Schülerinnen und Schüler aus sechs der an PISA 2003 und PISA 2009 teilnehmenden OECD-Staaten zeigen signifikante Zuwächse der mathematischen Kompetenz. Zugewinne von über 20 Punkten sind mit Mexiko (+33 Punkte), der Türkei (+22 Punkte), Griechenland (+21 Punkte) und Portugal (+21 Punkte) in Staaten zu beobachten, die bei PISA 2003 auf einem sehr niedrigen Niveau lagen. Signifikante Steigerungen von 10 bis 20 Punkten sind in Italien (+17 Punkte) und Deutschland (+10 Punkte) zu verzeichnen. Der Anstieg in Deutschland ist relativ klein und entspricht in etwa dem Kompetenzzuwachs eines Drittel Schuljahres.

In zehn OECD-Staaten, die an den Erhebungen der Jahre 2003 und 2009 teilgenommen haben, ergeben sich signifikante Verringerungen der mathematischen Kompetenz. Die größte Verringerung ist in der Tschechischen Republik zu beobachten (-24 Punkte). Signifikante Verluste von über 10 bis 20 Punkten zeigen sich in Irland (-16 Punkte), Schweden (-15 Punkte), Frankreich (-14 Punkte), Belgien (-14 Punkte), den Niederlanden (-12 Punkte) und Dänemark (-11 Punkte). Die mathematische Kompetenz der Jugendlichen in Australien (-10 Punkte), Österreich (-10 Punkte) und Island (-8 Punkte) sank mit 10 oder weniger Punkten relativ leicht, aber dennoch signifikant ab.

Insgesamt zeigen sich signifikante Rückgänge nur in Staaten, in denen die Mittelwerte mathematischer Kompetenz bei PISA 2003 über oder im Bereich des OECD-Durchschnitts lagen, wohingegen signifikante Zugewinne nur in Staaten zu verbuchen sind, deren Mittelwerte bei PISA 2003 signifikant unter oder im Bereich des OECD-

Durchschnitts lagen. In der Gruppe der Staaten mit signifikanten Zuwächsen der mathematischen Kompetenz kommt Deutschland eine Sonderrolle zu. Während die mathematischen Kompetenzen der anderen Staaten mit signifikanten Zugewinnen im Jahr 2003 mit Mittelwerten von 466 Punkten und darunter ein sehr niedriges Niveau aufwiesen, lag der Mittelwert in Deutschland bei PISA 2003 mit 503 Punkten bereits im Bereich des OECD-Durchschnitts und konnte auf einen Wert signifikant über dem OECD-Durchschnitt angehoben werden. Ferner zeigte sich für die Teilskala Veränderung und Beziehungen in Deutschland von PISA 2000 zu PISA 2003 bereits ein signifikanter Anstieg (Blum et al., 2004). Die Veränderung der mathematischen Kompetenz der fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schüler in Deutschland von PISA 2003 zu PISA 2009 ist in Abbildung 5.5 zu sehen. Die einzelnen Veränderungen von PISA 2003 zu PISA 2006 (+1 Punkt) und von PISA 2006 zu PISA 2009 (+9 Punkte) sind nicht signifikant.

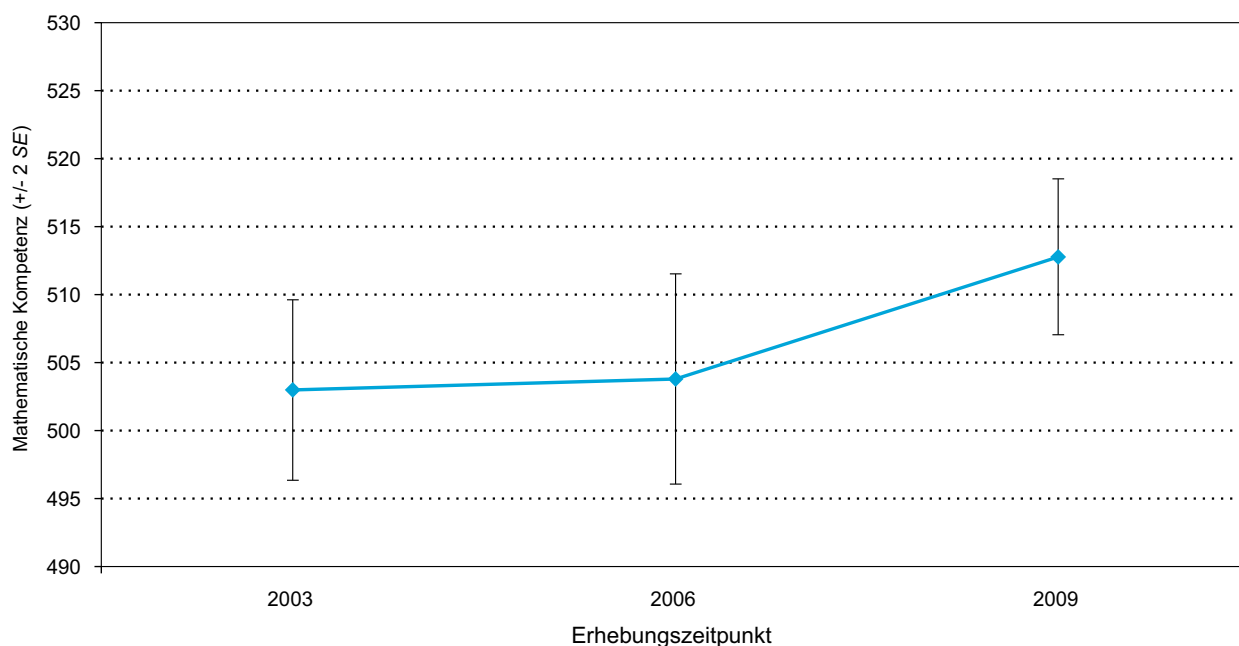


Abbildung 5.5: Mathematische Kompetenz in Deutschland von PISA 2003 bis PISA 2009

Die mathematische Kompetenz der Mädchen hat sich in Deutschland von PISA 2003 zu PISA 2009 anders entwickelt als die der Jungen. Von PISA 2003 zu PISA 2009 zeigen sich für die Jungen ein signifikanter Anstieg der mittleren mathematischen Kompetenz von 13 Punkten und ein nicht signifikanter Anstieg für die Mädchen von 6 Punkten.

Vertiefend soll nun der Frage nachgegangen werden, in welchen Bereichen des Kompetenzspektrums Veränderungen von PISA 2003 bis PISA 2009 stattgefunden haben. Die prozentualen Anteile der Schülerinnen und Schüler in Deutschland auf den Kompetenzstufen in den Jahren 2003, 2006 und 2009 sind Abbildung 5.6 zu entnehmen. Vergleicht man die Anteile von PISA 2003 mit denen von PISA 2009, so ist zumindest deskriptiv ein allgemeines Muster zu erkennen. Dieses besteht in einer Verringerung der Anteile auf niedrigen Kompetenzstufen bei gleichzeitiger Erhöhung der Anteile auf hohen Kompetenzstufen. Die Verschiebungen der prozentualen Anteile sind jedoch relativ klein (insbesondere auf den Kompetenzstufen I und II), sodass nur der Rückgang des Anteils der Schülerinnen und Schüler in Deutschland unter der Kompetenzstufe I um 2.8 Prozent zufallskritisch abgesichert werden kann. Es ist also in Deutschland von PISA 2003 zu PISA 2009 gelungen, den Anteil der fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schüler mit nur rudimentären mathematischen Kenntnissen signifikant zu verringern. Gleichzeitig konnte der Anteil der Schülerinnen und Schüler mit sehr hoher mathematischer Kompetenz konstant gehalten werden.

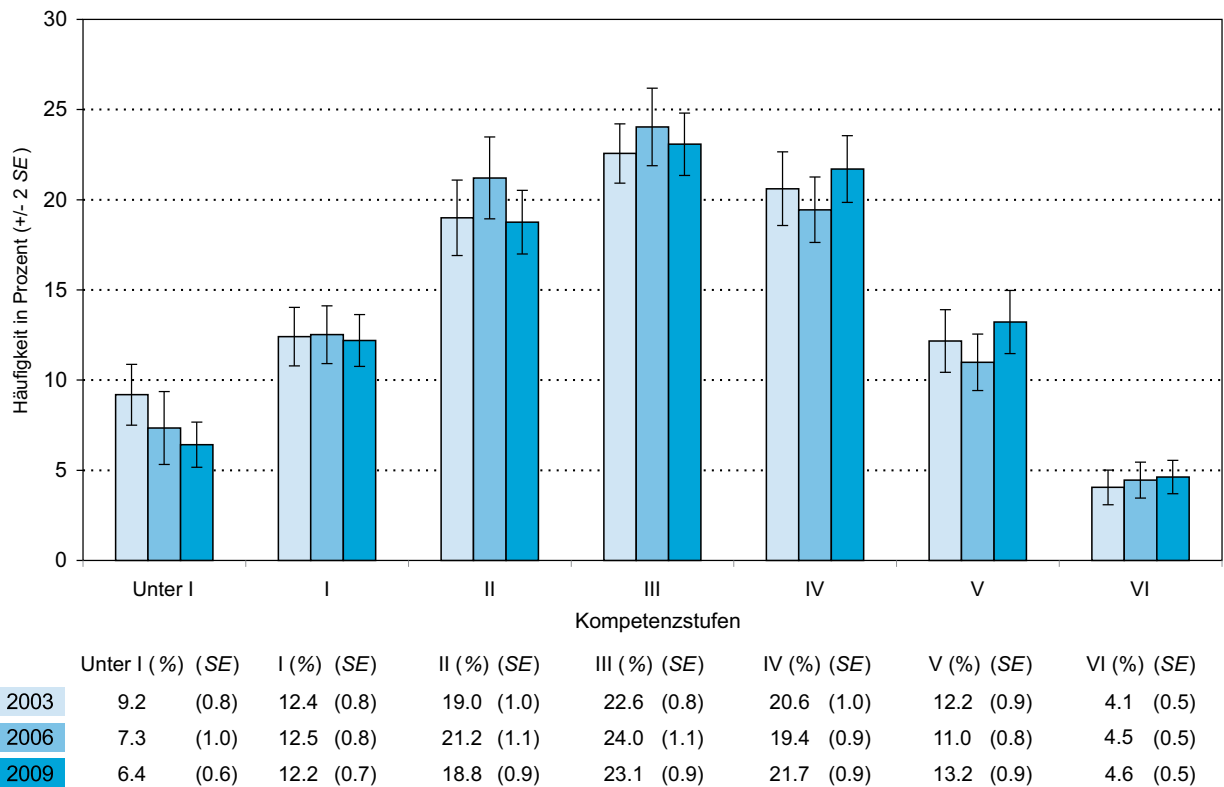


Abbildung 5.6: Prozentuale Anteile der Schülerinnen und Schüler in Deutschland auf den Stufen mathematischer Kompetenz bei PISA 2003, PISA 2006 und PISA 2009 im Vergleich

Zusammenfassend zeigt sich eine erfreuliche Entwicklung der mathematischen Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler in Deutschland in den vergangenen sechs Jahren. Die mittlere mathematische Kompetenz ist signifikant angestiegen. Der Anteil der Jugendlichen mit sehr geringer mathematischer Kompetenz konnte von PISA 2003 zu PISA 2009 signifikant reduziert werden.

5.4 Bilanz und Diskussion

Die mathematische Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler in Deutschland lag bei PISA 2000 signifikant unter dem OECD-Durchschnitt und fiel damit für viele unerwartet niedrig aus. Von PISA 2000 zu PISA 2003 zeigte sich ein signifikanter Anstieg auf der Teilskala Veränderung und Beziehungen. In den Erhebungen der Jahre 2003 und 2006 konnten Ergebnisse im Bereich des OECD-Durchschnitts erreicht werden. Wie ist nun – neun Jahre nach der ersten PISA-Erhebung – die mathematische Kompetenz der Jugendlichen in Deutschland einzuschätzen?

- Die mittlere mathematische Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler in Deutschland liegt mit 513 Punkten erstmals bei PISA signifikant über dem OECD-Durchschnitt.
- Die Streuung der mathematischen Kompetenz beträgt 98 Punkte und ist damit nach wie vor signifikant höher als im OECD-Durchschnitt.
- Der prozentuale Anteil der Schülerinnen und Schüler in Deutschland auf der höchsten bei PISA ausgewiesenen Stufe mathematischer Kompetenz ist signifikant höher und der prozentuale Anteil unter oder auf der niedrigsten Kompetenzstufe ist signifikant niedriger als im OECD-Durchschnitt.

- Die mathematische Kompetenz der Mädchen fällt in Deutschland signifikant niedriger aus als die der Jungen. Die beobachteten Kompetenzunterschiede zwischen Mädchen und Jungen liegen im Bereich des OECD-Durchschnitts.
- Der Mittelwert mathematischer Kompetenz unterscheidet sich in Deutschland stark zwischen den verschiedenen Bildungsgängen.
- Die mittlere mathematische Kompetenz der Schülerinnen und Schüler in Deutschland ist von PISA 2003 zu PISA 2009 signifikant angestiegen.
- Der Anteil der Jugendlichen unter der niedrigsten Stufe mathematischer Kompetenz ist in Deutschland von PISA 2003 zu PISA 2009 signifikant zurückgegangen.

Insgesamt zeigen sich also Anzeichen einer leicht positiven Entwicklung mathematischer Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler in Deutschland. Mit einem Mittelwert von 513 liegt die mathematische Kompetenz aber nur vergleichsweise gering über dem OECD-Durchschnitt. Der Abstand zur mathematischen Kompetenz in den Nachbarstaaten Schweiz (534 Punkte) und Niederlande (526 Punkte) beläuft sich mit 21 und 13 Punkten immer noch auf einen Kompetenzvorsprung von einem dreiviertel beziehungsweise einem halben Schuljahr. Der Abstand zu Staaten der Spitzengruppe wie Korea (546 Punkte) oder Finnland (541 Punkte) ist nach wie vor beträchtlich. Er entspricht einem Kompetenzvorsprung von gut einem Schuljahr.

Erklärungen für die leicht positive Entwicklung in Deutschland kann PISA als Instrument des Bildungsmonitorings nur begrenzt liefern. Es darf jedoch begründet vermutet werden, dass die in den vergangenen Jahren in Deutschland ergriffenen umfangreichen Maßnahmen zur Verbesserung des schulischen Kompetenzerwerbs im Fach Mathematik beginnen, Wirkung zu zeigen. Zu bedenken ist dabei, dass der mathematische Kompetenzaufbau kumulativ verläuft und kaum durch kurzfristige Maßnahmen beeinflusst werden kann. Gerade bei den in PISA getesteten Kompetenzen ist somit von einer mittelfristigen bis langfristigen Wirkung der eingeleiteten Schritte auszugehen.

Eine der wichtigsten Änderungen der deutschen Bildungslandschaft der letzten Jahrzehnte stellt sicherlich die Einführung bundesweiter Bildungsstandards dar. Die Bildungsstandards in Mathematik wurden in den Jahren 2003 bis 2004 für verschiedene Schulabschlüsse eingeführt. In den Folgejahren wurde deren Implementation im Unterricht durch Lehrerfortbildungen sowie zahlreiche unterrichtsrelevante Publikationen (z.B. Blum, Drüke-Noe, Hartung & Köller, 2006; Bruder, Büchter & Leuders, 2008) gefördert. Die nachhaltige Umsetzung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts wurde auch durch die Einführung der Vergleichsarbeiten in den Ländern Deutschlands unterstützt, durch die Lehrerinnen und Lehrer regelmäßig konkrete Rückmeldungen über den Kompetenzstand ihrer Klasse erhalten.

Die zentrale Funktion im Hinblick auf eine erfolgreiche Vermittlung mathematischer Kompetenz kommt aber sicherlich dem Mathematikunterricht zu. So ist zu vermuten, dass die Aktivitäten zur Entwicklung des Mathematikunterrichts zur leicht positiven Bilanz von PISA 2009 beigetragen haben. Beispielsweise hat das Programm zur Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts SINUS (Prenzel, Friedrich & Stadler, 2009) in den letzten zehn Jahren zahlreiche Konzepte zur Verbesserung des Mathematikunterrichts und der mathematischen Aufgabenkultur bereitgestellt. Im Rahmen der empirischen Wende der Mathematikdidaktik in den vergangenen Jahren konnten zudem umfangreiche neue Erkenntnisse über den Mathematikunterricht, über mathematische Lehr-Lern-Prozesse sowie über die professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften erlangt werden, die in Maßnahmen zur Qualitätssteigerung des Mathematikunterrichts eingeflossen sind (z.B. Komorek, Bruder, Collet & Schmitz, 2006; Kunter et al., 2006; Reiss et al., 2006).

Die Ergebnisse von PISA 2009 weisen ferner darauf hin, dass die Aufmerksamkeit auf die Jugendlichen unter oder auf der niedrigsten Stufe mathematischer Kompetenz langsam Wirkung zu zeigen scheint. So konnte der prozentuale Anteil der Schülerinnen und Schüler in Deutschland mit nur rudimentärer mathematischer Kompetenz (unter Kompetenzstufe I) von 9.2 Prozent bei PISA 2003 auf 6.4 Prozent bei PISA 2009 signifikant verringert werden. Die Gruppe der Schülerinnen und Schüler mit ungünstiger Prognose aufgrund ihrer geringen mathematischen Kompetenz (also unter oder auf Kompetenzstufe I) ist in Deutschland mit 18.6 Prozent aber noch immer relativ groß. Auch hier zeigen Finnland (7.8 Prozent) und Korea (8.1 Prozent), aber auch die Nachbarstaaten Niederlande (13.4 Prozent) und Schweiz (13.5 Prozent), dass bedeutend geringere Anteile möglich sind. Da für die betreffenden Jugendlichen aufgrund ihrer unzureichenden mathematischen Kenntnisse erhebliche Probleme für ihre weitere Ausbildungs- und Berufslaufbahn zu prognostizieren sind, sollten weiterhin Bemühungen angestellt werden, diese Gruppe zu verkleinern. Als zentral sind hierbei einerseits Maßnahmen anzusehen, die frühzeitig verhindern, dass Lernende den Anschluss im Mathematikunterricht verlieren, und andererseits Förderangebote für kompetenzschwache Schülerinnen und Schüler.

Die beobachtete signifikante Verringerung des prozentualen Anteils der Schülerinnen und Schüler unter der Kompetenzstufe I gelang in Deutschland ohne Verringerung des prozentualen Anteils von Jugendlichen auf der höchsten Stufe mathematischer Kompetenz (4.6 Prozent). Dies zeigt zunächst, dass eine Förderung kompetenzschwacher Schülerinnen und Schüler nicht zu Lasten kompetenzstarker Schülerinnen und Schüler gehen muss. Andererseits weist der Blick auf Staaten wie Korea und die Schweiz mit prozentualen Anteilen von jeweils 7.8 Prozent auf der Kompetenzstufe VI darauf hin, dass das Potenzial kompetenzstarker Schülerinnen und Schüler in Deutschland insbesondere im Mathematikunterricht des Bildungsgangs Gymnasium nicht ausgeschöpft wird. Hier bedarf es weiterer Maßnahmen, um die Gestaltung eines Mathematikunterrichts zu fördern, der auch für die Spitzengruppe Lernangebote und Herausforderungen bereit hält, die sie in ihrer Kompetenzentwicklung nachhaltig unterstützen.

Zusammenfassend weisen die Befunde von PISA 2009 zur mathematischen Kompetenz auf einen wünschenswerten Entwicklungsverlauf hin. Der in den letzten Jahren eingeschlagene Weg scheint richtig zu sein. Um diese Entwicklung zu stabilisieren, heißt es nun, die angestoßenen Initiativen stetig weiterzuverfolgen und aufgrund neuer Erkenntnisse dynamisch anzupassen. Erfolg versprechend dürfte dabei sein, einerseits die unterrichtliche Umsetzung der Bildungsstandards weiter voranzutreiben, das Erreichen der durch die Bildungsstandards formulierten Zielsetzungen empirisch zu überprüfen und die Ergebnisse den Schulen rückzumelden und andererseits Aktivitäten zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts zu fördern. Der letzte Punkt ist dabei auch mit einem Auftrag an die mathematikdidaktische Forschung verbunden, da es bisher an empirisch überprüften Unterrichtskonzepten zum langfristigen Kompetenzaufbau mangelt. Es müssen für die Inhalte der Sekundarstufe I effektive Unterrichtsstrategien entwickelt werden, die sich in längsschnittlichen Interventionsstudien nachweislich als effizient erweisen. Auch sind Evaluationsstudien notwendig, die einen erfolgreichen Transfer von neuen Unterrichtsideen in die Unterrichtspraxis untersuchen. Die weiteren PISA-Erhebungen werden zeigen, inwieweit sich die Resultate von PISA 2009 stabilisieren und nach Möglichkeit weiter verbessern lassen.

Literatur

- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149–171.
- Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R. & Köller, O. (Hrsg.). (2006). *Bildungsstandards Mathematik: Konkret*. Berlin: Cornelsen.
- Blum, W., Neubrand, M., Ehmke, T., Senkbeil, M., Jordan, A., Ulfig, F. & Carstensen, C. H. (2004). Mathematische Kompetenz. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, H. G. Rolff, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 47–92). Münster: Waxmann.
- Bruder, R., Büchter, A. & Leuders, T. (2008). *Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten*. Berlin: Cornelsen.
- De Lange, J. (1987). *Mathematics, insight and meaning: Teaching, learning and testing of mathematics for the life and social sciences*. Utrecht: OW & OC.
- Ehmke, T., Blum, W., Neubrand, M., Jordan, A. & Ulfig, F. (2006). Wie verändert sich die mathematische Kompetenz von der neunten zur zehnten Klassenstufe? In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.), *PISA 2003. Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres* (S. 63–85). Münster: Waxmann.
- Frey, A., Asseburg, R., Carstensen, C. H., Ehmke, T. & Blum, W. (2007). Mathematische Kompetenz. In M. Prenzel, C. Artelt, J. Baumert, W. Blum, M. Hammann, E. Klieme & R. Pekrun (Hrsg.), *PISA 2006. Die Ergebnisse der dritten internationalen Vergleichsstudie*. Münster: Waxmann.
- Frey, A., Carstensen, C. H., Walter, O., Rönnebeck, S. & Gomolka, J. (2008). Methodische Grundlagen des Ländervergleichs. In M. Prenzel, C. Artelt, J. Baumert, W. Blum, M. Hammann, E. Klieme & R. Pekrun (Hrsg.), *PISA 2006 in Deutschland: Die Kompetenzen der Jugendlichen im dritten Ländervergleich* (S. 375–397). Münster: Waxmann.
- Hartig, J., Frey, A. & Jude, N. (2007). Validität. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (S. 135–163). Heidelberg: Springer.
- Komorek, E., Bruder, R., Collet, C. & Schmitz, B. (2006). Inhalte und Ergebnisse einer Intervention im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I mit einem Unterrichtskonzept zur Förderung mathematischen Problemlösens und von Selbstregulationskompetenzen. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms* (S. 240–267). Münster: Waxmann.
- Kunter, M., Dubberke, T., Baumert, J., Blum, B., Brunner, M., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Löwen, K., Neubrand, M. & Tsai, Y.-M. (2006). Mathematikunterricht in den PISA-Klassen 2004: Rahmenbedingungen, Formen und Lehr-Lernprozesse. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, H. G. Rolff, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.), *PISA 2003. Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres* (S. 161–194). Münster: Waxmann.
- Moosbrugger, H. & Kelava, A. (2007). Qualitätsanforderungen an einen psychologischen Test (Testgütekriterien). In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (S. 7–26). Heidelberg: Springer.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics. The Danish KOM project. In A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean conference on mathematics education* (pp. 115–124). Athens: The Hellenic Mathematical Society.
- OECD. (1999). *Measuring student knowledge and skills: A new framework for assessment*. Paris: OECD.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.
- OECD. (2004). *Lernen für die Welt von morgen. Erste Ergebnisse von PISA 2003*. Paris: OECD.
- OECD. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework for PISA 2006*. Paris: OECD.
- OECD. (2009a). *PISA 2006 technical report*. Paris: OECD.
- OECD. (2009b). *PISA 2009 assessment framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: OECD.
- OECD. (2010). *PISA 2009. What students know and can do. Student performance in reading, mathematics and science. Volume 1*. Paris: OECD.
- OECD. (in Druck). *PISA 2009 technical report*. Paris: OECD.

- Prenzel, M., Friedrich, A. & Stadler, M. (Hrsg.). (2009). *Von SINUS lernen – Wie Unterrichtsentwicklung gelingt*. Seelze-Velber: Klett/Kallmeyer.
- Reiss, K., Heinze, A., Kuntze, S., Kessler, S., Rudolph-Albert, F. & Renkl, A. (2006). Mathematiklernen mit heuristischen Lösungsbeispielen. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms* (S. 194–210). Münster: Waxmann.
- van der Linden, W. J. & Hambleton, R. K. (Eds.). (1997). *Handbook of modern item response theory*. New York: Springer.

Anhang

Tabelle 5.8: Mittelwerte und Streuungen für die mathematische Kompetenz

Staat						Perzentile				
	OECD-Staaten	<i>M</i>	<i>(SE)</i>	<i>SD</i>	<i>(SE)</i>	5%	10%	25%	75%	90% 95%
Korea		546	(4.0)	89	(2.5)	397	430	486	609	659 689
Finnland		541	(2.2)	82	(1.1)	399	431	487	599	644 669
Schweiz		534	(3.3)	99	(1.6)	363	401	468	604	658 689
Japan		529	(3.3)	94	(2.2)	370	407	468	595	648 677
Kanada		527	(1.6)	88	(1.0)	379	413	468	588	638 665
Niederlande		526	(4.7)	89	(1.7)	378	406	460	593	640 665
Neuseeland		519	(2.3)	96	(1.6)	355	392	454	589	642 671
Belgien		515	(2.3)	104	(1.8)	335	373	444	593	646 675
Australien		514	(2.5)	94	(1.4)	357	392	451	580	634 665
Deutschland		513	(2.9)	98	(1.7)	347	380	443	585	638 666
Estland		512	(2.6)	81	(1.6)	378	409	458	567	616 643
Island		507	(1.4)	91	(1.2)	352	388	447	569	623 652
Dänemark		503	(2.6)	87	(1.3)	358	390	445	564	614 644
Slowenien		501	(1.2)	95	(0.9)	345	379	435	569	628 659
Norwegen		498	(2.4)	85	(1.2)	354	387	441	557	608 636
Frankreich		497	(3.1)	101	(2.1)	321	361	429	570	622 652
Slowakische Republik		497	(3.1)	96	(2.4)	342	376	432	561	621 654
Österreich		496	(2.7)	96	(2.0)	338	370	425	566	620 650
Polen		495	(2.8)	88	(1.4)	348	380	434	557	609 638
Schweden		494	(2.9)	94	(1.3)	339	374	432	560	613 643
Tschechische Republik		493	(2.8)	93	(1.8)	342	374	428	557	615 649
Vereinigtes Königreich		492	(2.4)	87	(1.2)	348	380	434	552	606 635
Ungarn		490	(3.5)	92	(2.8)	334	370	428	554	608 637
Luxemburg		489	(1.2)	98	(1.2)	324	360	423	560	613 643
Vereinigte Staaten		487	(3.6)	91	(1.6)	337	368	425	551	607 637
Irland		487	(2.5)	86	(1.6)	338	376	432	548	591 617
Portugal		487	(2.9)	91	(1.5)	334	367	424	551	605 635
Spanien		483	(2.1)	91	(1.1)	328	364	424	546	597 625
Italien		483	(1.9)	93	(1.7)	330	363	420	548	602 632
Griechenland		466	(3.9)	89	(2.0)	319	352	406	527	580 613
Israel		447	(3.3)	104	(2.4)	272	310	374	520	581 615
Türkei		445	(4.4)	93	(3.0)	304	331	378	506	574 613
Chile		421	(3.1)	80	(1.7)	293	322	366	473	527 559
Mexiko		419	(1.8)	79	(1.1)	289	318	366	472	520 547
OECD-Durchschnitt		496	(0.5)	92	(0.3)	343	376	433	560	613 643
OECD-Partnerstaaten										
Shanghai (China)		600	(2.8)	103	(2.1)	421	462	531	674	726 757
Singapur		562	(1.4)	104	(1.2)	383	422	490	638	693 725
Hongkong (China)		555	(2.7)	95	(1.8)	390	428	492	622	673 703
Chinesisch Taipeh		543	(3.4)	105	(2.3)	366	405	471	618	675 709
Liechtenstein		536	(4.1)	88	(4.4)	384	421	484	593	637 670
Macau (China)		525	(0.9)	85	(0.9)	382	415	468	584	634 663
Lettland		482	(3.1)	79	(1.4)	352	379	427	537	584 612
Litauen		477	(2.6)	88	(1.8)	332	363	417	537	590 621
Russische Föderation		468	(3.3)	85	(2.1)	329	360	411	524	576 609
Kroatien		460	(3.1)	88	(1.8)	315	347	399	521	574 606
Dubai (VAE)		453	(1.1)	99	(0.9)	294	326	381	523	584 619
Serbien		442	(2.9)	91	(1.9)	295	327	380	504	560 592
Aserbaidshan		431	(2.8)	64	(2.2)	334	354	387	469	512 541
Bulgarien		428	(5.9)	99	(2.8)	269	302	359	496	555 593
Rumänien		427	(3.4)	79	(2.1)	299	326	372	481	530 560
Uruguay		427	(2.6)	91	(1.7)	278	310	364	490	546 578
Thailand		419	(3.2)	79	(2.5)	295	321	365	469	522 554
Trinidad und Tobago		414	(1.3)	99	(1.2)	252	287	342	484	546 580
Kasachstan		405	(3.0)	83	(2.3)	276	303	347	458	514 548
Montenegro		403	(2.0)	85	(1.5)	263	295	346	458	509 543
Argentinien		388	(4.1)	93	(2.9)	231	271	327	451	509 543
Jordanien		387	(3.7)	83	(2.6)	249	281	333	443	490 520
Brasilien		386	(2.4)	81	(1.6)	261	287	331	435	493 531
Kolumbien		381	(3.2)	75	(1.7)	259	286	330	431	479 509
Albanien		377	(4.0)	91	(2.2)	226	261	317	438	493 526
Tunesien		371	(3.0)	78	(2.3)	247	273	318	423	471 499
Indonesien		371	(3.7)	70	(2.3)	260	284	324	416	462 493
Katar		368	(0.7)	98	(0.9)	227	255	300	425	506 557
Peru		365	(4.0)	90	(2.4)	222	252	303	424	480 516
Panama		360	(5.2)	81	(3.2)	235	261	306	408	466 503
Kirgisistan		331	(2.9)	81	(2.1)	204	231	278	382	436 473



signifikant über dem
OECD-Durchschnitt



nicht signifikant verschieden
vom OECD-Durchschnitt



signifikant unter dem
OECD-Durchschnitt